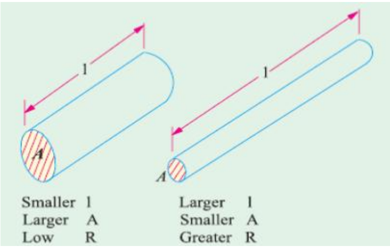
Direct Current (DC) Circuits دوائر التيار المستمر

المقاومة الكهربائية هي خاصية فيزيائية تتميز بها الموصلات المعدنية في الدوائر الكهربائية. تعرف على أنها قابلية المواد لمقاومة مرور التيار الكهربائي فيها. وهي إعاقة المادة لمرور التيار الكهربائي (الإلكترونات) خلالها. وتحدث الإعاقة في المادة سواء كانت من الموصلات كالفلزات أو غير الموصلات ولكن بدرجات مختلفة.

عند مرور تيار كهربائي في موصل ذو مقطع متجانس، وفي درجة حرارة معينة، يمكن لنا حساب مقاومته الكهربائية بدلالة نوع المادة التي صنع منها وبمعرفة أبعاده:

$$R \propto \frac{l}{A} \quad \text{or} \quad R = \rho \frac{l}{A}$$



ρ: هي المقاومة النوعية للمادة وتعطى بالأوم.متر(Ω.m)

l: طول الناقل (السلك) ويعطى بالمتر.

A : مساحة المقطع العرضي وتعطى بالمتر المربع.

مثال: ملف عدد لفاته 2000 لفة مصنوع من سلك من النحاس مساحة مقطعه $2mm^2$ ومتوسط طول كل لفة 5 cm والمقاومة النوعية لمادة السلك المصنوع من النحاس 2μΩ.m اوجد مقاومة الملف.

$$l = 2000 * 0.05 = 100\ m$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = 2 * 10^{-6} \frac{100}{2 * 10^{-6}} = 100\ \Omega$$

مثال: إذا علم ان مقاومة سلك طوله 200 m تساوي 21 Ω وان قطر السلك 0.44 mm اوجد المقاومة النوعية للسلك.

$$A = \pi r^2 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0.44 \times 10^{-3})^2}{4} = 1.52 \times 10^{-7} m^2$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \rightarrow \rho = R \frac{A}{l} = 21 \frac{1.52 \times 10^{-7}}{200} 1.6 \times 10^{-8}\ \Omega m$$

مثال: سلك من الفضة مقاومته 1Ω ما هي مقاومة سلك من المغنسيوم طوله ثلث طول سلك الفضة وقطره ثلث قطر سلك الفضة علما بان المقاومة النوعية لسلك المغنسيوم ثلاثون مرة قدر سلك الفضة.

(سلك الفضة)
$$R_1 = \frac{\rho_1 l_1}{A_1} \rightarrow A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \rightarrow R_1 = \frac{\rho_1 l_1}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \rightarrow 1 = \frac{4\rho_1 l_1}{\pi d_1^2} \rightarrow \frac{\rho_1 l_1}{\pi d_1^2} = \frac{1}{4}$$

(سلك المغنيسيوم)
$$l_2 = \frac{l_1}{3}, d_2 = \frac{d_1}{3} \rightarrow A_2 = \frac{\pi \left(\frac{d_1}{3}\right)^2}{4} = \frac{\pi d_1^2}{36}, \rho_2 = 30\rho_1$$

$$R_2 = \frac{\rho_2 l_2}{A_2} = \frac{30\rho_1 * \frac{l_1}{3}}{\frac{\pi d_1^2}{36}} = \frac{360\rho_1 l_1}{\pi d_1^2} = 360 * \frac{1}{4} = 90\Omega$$

تأثير درجة الحرارة على المقاومة الكهربائية لموصل

تتغير مقاومة المواد الكهربائية الموصلات واشباه الموصلات تبعا لتغير درجة الحرارة حيث يمكن حساب المقاومة الكهربائية لهذه المواد تحت تأثير درجة الحرارة من العلاقة التالية :

$$\boldsymbol{R_{T2} = R_{T1}[1 + \alpha(T_2 - T_1)]}$$

مثال: موصل مقاومته 7Ω عند درجة حرارة صفر مئوية فاذا ارتفعت درجة حرارته 200 درجة مئوية أصبحت مقاومته 7.8Ω احسب المعامل الحراري α لذلك الموصل.

$$R_{T2} = R_{T1}[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$$

$$7.8 = 7[1 + \alpha(200 - 0)] \rightarrow \alpha = \frac{7.8 - 7}{7 * 200} = 0.00057$$

مثال: ملف مصنوع من البلاتين مقاومته 3.146Ω عند درجة حرارة 40 درجة مئوية فاذا ارتفعت درجة حرارته 100 درجة مئوية أصبحت مقاومته 3.767Ω احسب مقاومة الموصل عند صفر مئوية.

$$R_{T2} = R_{T1}[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$$

$$R_{40} = R_0[1 + \alpha(40 - 0)] \rightarrow 3.146 = R_0[1 + 40\alpha] \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$R_{100} = R_0[1 + \alpha(100 - 0)] \rightarrow 3.767 = R_0[1 + 100\alpha] \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\frac{3.146 = R_0[1 + 40\alpha]}{3.767 = R_0[1 + 100\alpha]} \rightarrow 0.835 = \frac{[1 + 40\alpha]}{[1 + 100\alpha]} \rightarrow 0.835 + 83.5\alpha = 1 + 40\alpha$$

$$\alpha = \frac{1 - 0.835}{83.5 - 40} = 0.0038$$

From eq. (1) $R_0 = \frac{3.146}{1+40*0.0038} = 2.73\ \Omega$

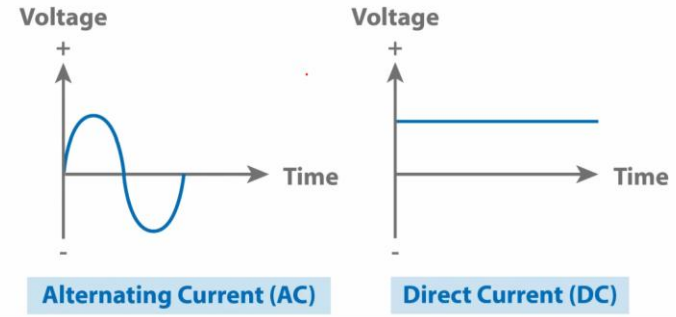
الشحنة الكهربائية: هي خاصية كهربائية للجسيمات الذرية التي تتكون منها المادة، وتقاس بالكولوم (C).

التيار الكهربائي: هو معدل تغير الشحنة ويقاس بالأمبير (A). يتم تعريف التيار (I) رياضياً على النحو التالي:

$$I = \frac{Q}{t}$$

التيار المستمر (DC): هو التيار الذي يبقى ثابتاً مع الزمن. عادةً ما يستخدم الرمز (***I***) التيار الثابت.

التيار المتناوب (AC): هو تيار يتغير جيبياً مع الزمن. يتم تمثيل التيار المتغير بالرمز (***i***).



الجهد (فرق الجهد): هو الطاقة اللازمة لتحريك وحدة الشحنة عبر عنصر ما، ويقاس بالفولت (v).

الموصلية: يمكن تفسير الموصلية على أنها قدرة العنصر على توصيل التيار الكهربائي، وتقاس بالسيمنز (S).

$$\boxed{G = \frac{1}{R}}$$

القدرة الكهربائية: هي المعدل الزمني لاستهلاك الطاقة، وتقاس بالواط (W)

$$\boxed{P = \frac{W}{t}} \quad \text{(watts, W, or joule/second, J/s)} \qquad \boxed{\text{Energy (kWh)} = \frac{\text{power (W)} \times \text{time (h)}}{1000}}$$

يمكن حساب القدرة الكهربائية المجهزة إلى جهاز أو نظام كهربائي بدلالة التيار والجهد والمقاومة:

$$\boxed{P = VI} \qquad \boxed{P = \frac{V^2}{R}} \qquad \boxed{P = I^2R}$$

مثال: ما هي القدرة التي يبددها المقاوم 5 Ω إذا كان التيار المار A 4؟ وماهي الطاقة المستهلكة خلال دقيقة واحدة؟

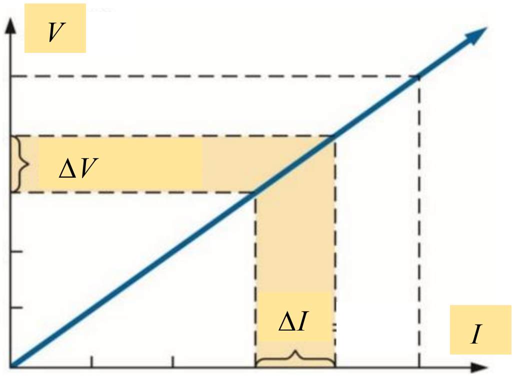
$$P = I^2R = 4^2 * 5 = 80\ W$$

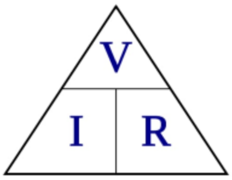
$$W = P.t = 80 \times 60 = 4800\ J$$

قانون أوم Ohm's Law

ينص قانون أوم على أن الجهد V عبر المقاومة يتناسب طرديا مع التيار I الذي يتدفق عبر المقاومة.

$$\boldsymbol{R = \frac{V}{I} \quad OR \quad V = I.R \quad OR \quad I = \frac{V}{R}}$$





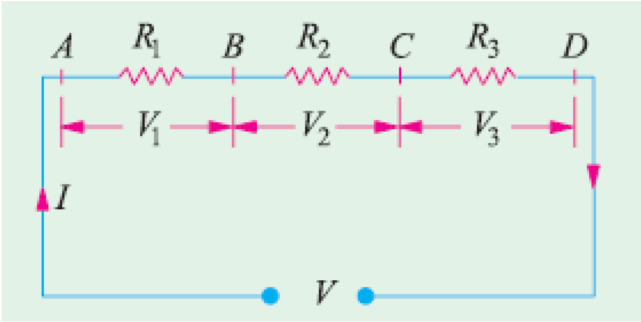
مثال: مقاومة قيمتها 10 Ω في دائرة كهربائية فرق الجهد بين طرفيها 5 V ما شدة التيار المار خلال المقاومة؟

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5}{10} = 0.5\ A$$

ربط المقاومات على التوالي Series Connection

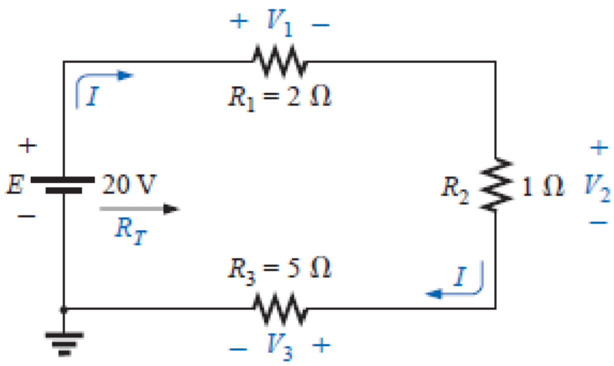
يمكن تعريف الربط على التوالي بانها طريقة ربط المقاومات بحيث يكون فيها التيار الكلي يساوي تيار كل مقاومة والفولتية الكلية المسلطة على الدائرة تكون مساوية للمجموع الجبري للفولتيات على كل مقاومة.

$$I_1 = I_2 = I_3 = \cdots = I$$
$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots$$
$$I.R_{eq} = I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 + \cdots$$
$$I.R_{eq} = I(R_1 + R_2 + R_3 + \cdots)$$
$$R_{eq} = (R_1 + R_2 + R_3 + \cdots)$$



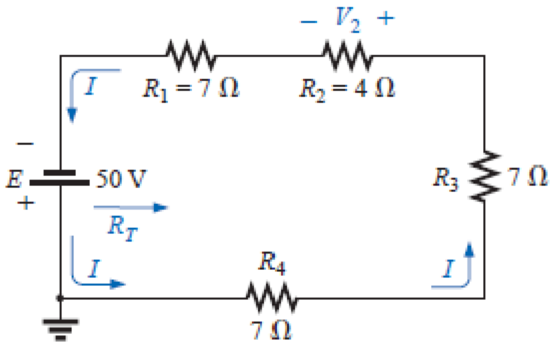
مثال: الدائرة الموضحة بالشكل أدناه، احسب المقاومة الكلية للدائرة، التيار الكلي، V_1، V_2، V_3، القدرة المتبددة في كل مقاومة، القدرة المجهزة من المصدر.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 2\ \Omega + 1\ \Omega + 5\ \Omega = \mathbf{8\ \Omega}$$
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{20\ V}{8\ \Omega} = \mathbf{2.5\ A}$$
$$V_1 = IR_1 = (2.5\ A)(2\ \Omega) = \mathbf{5\ V}$$
$$V_2 = IR_2 = (2.5\ A)(1\ \Omega) = \mathbf{2.5\ V}$$
$$V_3 = IR_3 = (2.5\ A)(5\ \Omega) = \mathbf{12.5\ V}$$
$$P_1 = V_1I_1 = (5\ V)(2.5\ A) = \mathbf{12.5\ W}$$
$$P_2 = I_2^2R_2 = (2.5\ A)^2(1\ \Omega) = \mathbf{6.25\ W}$$
$$P_3 = V_3^2/R_3 = (12.5\ V)^2/5\ \Omega = \mathbf{31.25\ W}$$
$$P_{del} = EI = (20\ V)(2.5\ A) = \mathbf{50\ W}$$
$$P_{del} = P_1 + P_2 + P_3 = 12.5\ W + 6.25\ W + 31.25\ W = \mathbf{50\ W}\ \underline{\text{(checks)}}$$



مثال: اوجد R_T، I، V_2 للدائرة الموضحة في الشكل أدناه:

$$R_T = NR_1 + R_2 = (3)(7\ \Omega) + 4\ \Omega = 21\ \Omega + 4\ \Omega = \mathbf{25\ \Omega}$$
$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{50\ V}{25\ \Omega} = \mathbf{2\ A}$$
$$V_2 = IR_2 = (2\ A)(4\ \Omega) = \mathbf{8\ V}$$



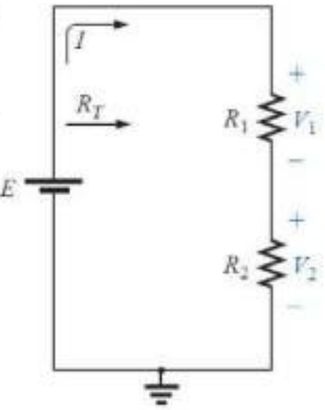
قاعدة تقسيم الجهد (الفولتية) Voltage Divider Rule

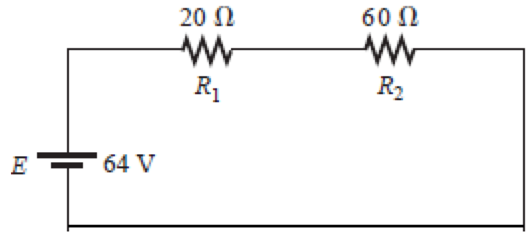
في دائرة متوالية الربط، إن الجهد عبر المقاومة يساوي قيمة تلك المقاومة مضروبة في فرق الجهد الكلي في الدائرة مقسومًا على المقاومة الكلية.

$$V_x = \frac{R_x E}{R_T}$$

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_T}$$

$$V_2 = \frac{R_2 E}{R_T}$$





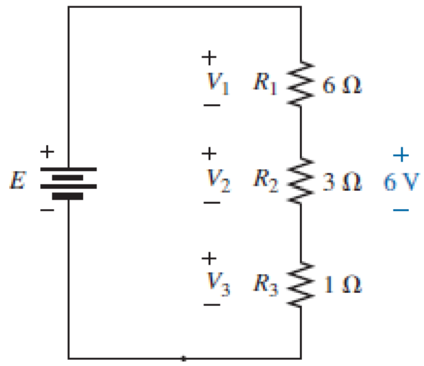
$$V1 = \frac{64 * 20}{20 + 60} = 16\ v \qquad V2 = \frac{64 * 60}{20 + 60} = 48\ v$$

مثال: احسب E ، V_1 ، V_3 للشبكة في الشكل أدناه باستخدام قاعدة تقسيم الفولتية.

$$V_2 = \frac{ER_2}{R_1 + R_2 + R_3} \rightarrow 6 = \frac{E * 3}{6 + 3 + 1} \rightarrow E = 20v$$

$$V_1 = \frac{ER_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 * 6}{10} = 12v$$

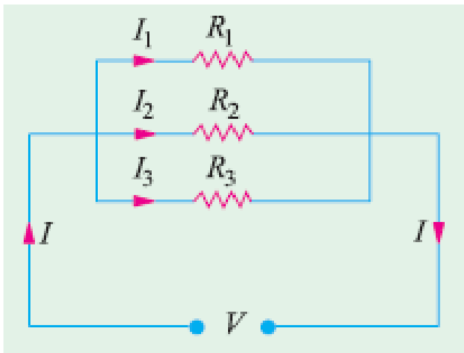
$$V_3 = \frac{ER_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 * 1}{10} = 2v$$



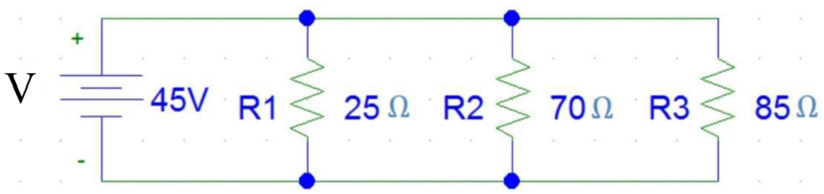
ربط المقاومات على التوازي Parallel Connection

يمكن تعريف ربط المقاومات على التوازي بانها طريقة لتوصيل المقاومات الكهربائية بحيث تكون فيها فولتيات المقاومات متساوية ومساوية لفولتية المصدر بينما يكون توزيع التيار على المقاومات على حسب قيمتها حيث تتناسب قيمة التيار عكسيا مع قيمة المقاومة المار فيها.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots$$
$$V = V_1 = V_2 = V_3 + \cdots$$
$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \cdots$$
$$\frac{V}{R_{eq}} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots\right)$$
$$\frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots\right)$$



مثال: ربطت المقاومات R_1,R_2,R_3 على التوازي مع مصدر جهد 45V كما موضح في الشكل. احسب المقاومة المكافئة للدائرة، التيار الكلي، فرق الجهد عبر كل مقاومة والتيار المار في كل مقاومة.



$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{Re} = \frac{1}{25} + \frac{1}{70} + \frac{1}{85}$$

$$R_e = 15.15\Omega$$

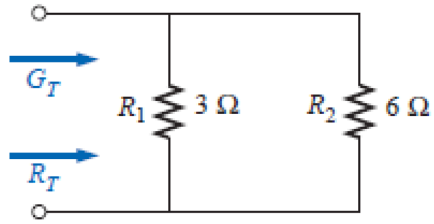
$$V = V_1 = V_2 = V_3 = 45V$$

$$I = \frac{\mathrm{V}}{R_T} = \frac{45}{15.15} = 2.79A \Rightarrow I_1 = \frac{\mathrm{V}}{R_1} = \frac{45}{25} = 1.8A$$

$$I_2 = \frac{\mathrm{V}}{R_2} = \frac{45}{70} = 0.643A \Rightarrow I_3 = \frac{\mathrm{V}}{R_3} = \frac{45}{85} = 0.529A$$

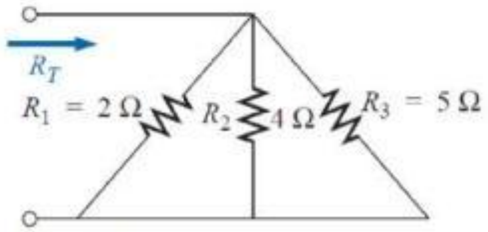
ملاحظة: المقاومة الكلية لمقاومتين مربوطتين على التوازي هي حاصل ضربهما مقسوما على مجموعهما كما في المثال التالي.

$$\boxed{R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$



$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{18\ \Omega}{9} = \mathbf{2\ \Omega}$$

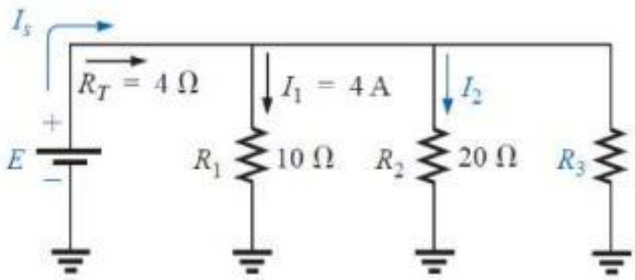
$$G_T = \frac{1}{R_T} = \frac{1}{2} = 0.5\ S$$



$$R'_T = 2\ \Omega \parallel 4\ \Omega = \frac{(2\ \Omega)(4\ \Omega)}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{4}{3}\ \Omega$$

$$R_T = R'_T \parallel 5\ \Omega = \frac{\left(\frac{4}{3}\ \Omega\right)(5\ \Omega)}{\frac{4}{3}\ \Omega + 5\ \Omega} = \mathbf{1.053\ \Omega}$$

مثال: للدائرة الموضحة بالشكل ادناه احسب R_3 ، E ، I_2 و P_2.



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{4\ \Omega} = \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_3 = \mathbf{10\ \Omega}$$

$$E = V_1 = I_1 R_1 = (4\ \mathrm{A})(10\ \Omega) = \mathbf{40\ V}$$

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{40\ \mathrm{V}}{4\ \Omega} = \mathbf{10\ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{40\ \mathrm{V}}{20\ \Omega} = \mathbf{2\ A}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (2\ \mathrm{A})^2(20\ \Omega) = \mathbf{80\ W}$$

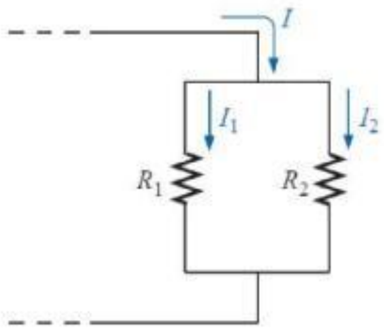
Current Divider Rule: قاعدة تقسيم التيار

بالنسبة للمقاومات المتوازية ذات القيم المختلفة، سوف ينقسم التيار بنسبة تساوي معكوس قيم مقاوماتها.

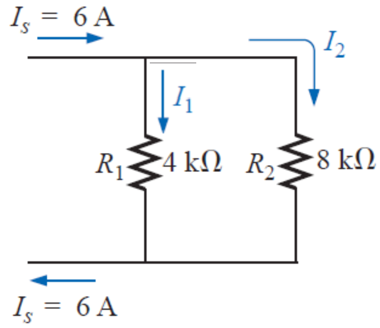
Note difference in subscripts.

$$\boxed{I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2}}$$

$$\boxed{I_2 = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2}}$$



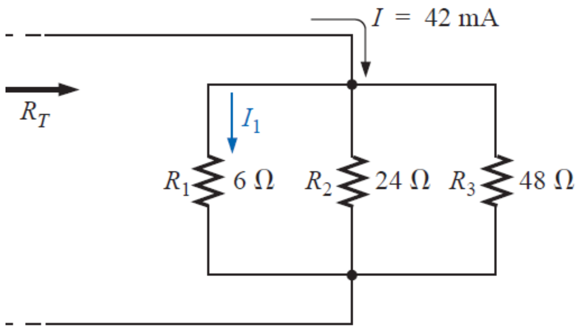
مثال: احسب I_1 ، I_2 باستخدام قاعدة تقسيم التيار.



$$I_1 = \frac{I_s R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 * 8}{4 + 8} = 4\ A$$

$$I_2 = \frac{I_s R_1}{R_1 + R_2} = \frac{6 * 4}{4 + 8} = 2\ A$$

مثال: احسب I_1 باستخدام قاعدة تقسيم التيار.



$$R_2 \| R_3 = (24\Omega)\|(48\Omega)$$

$$= \frac{(24\ \Omega)(48\ \Omega)}{24\ \Omega + 48\ \Omega} = 16\ \Omega$$

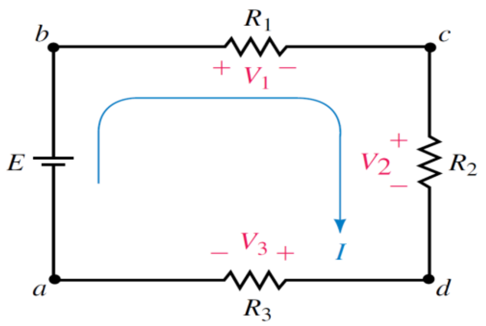
$$I_1 = \frac{16\ \Omega(42\ \text{mA})}{16\ \Omega + 6\ \Omega} = \mathbf{30.54\ mA}$$

قوانين كيرشوف Kirchhoff's Laws

قانون كيرشوف للفولتية Kirchhoff's Voltage Law (KVL)

ينص قانون كيرشوف للجهد (للفولتية) (KVL) على أن المجموع الجبري لجميع الفولتيات في مسار مغلق يساوي صفر.

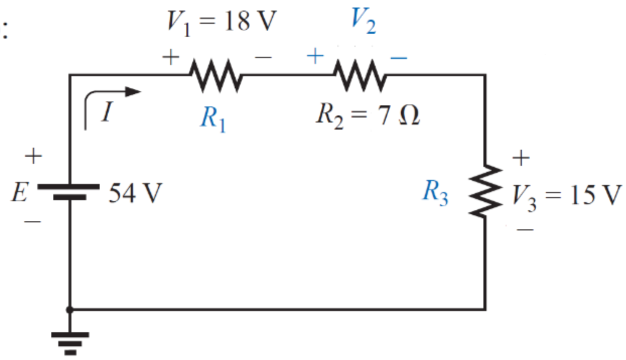
$$\boxed{\sum V = 0 \quad \text{for a closed loop}}$$



$$E - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

مثال: للدائرة الموضحة بالشكل ادناه احسب V_2 باستخدام قانون كيرشوف للفولتية ثم احسب I، R_1، R_2.



Kirchhoff's voltage law (clockwise direction):

$$E - V_1 - V_3 - V_2 = 0$$

or $E = V_1 + V_2 + V_3$

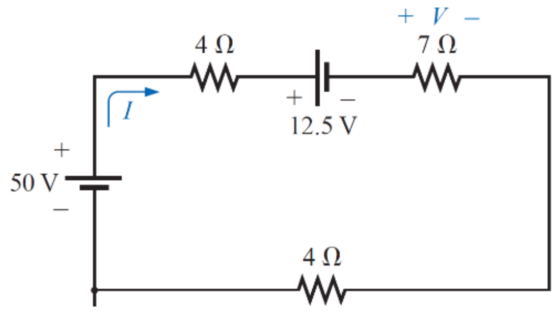
$$V_2 = E - V_1 - V_3$$
$$= 54\text{ V} - 18\text{ V} - 15\text{ V} = \boxed{21\text{ V}}$$

$$I = \frac{V_2}{R_2} = \frac{21\text{ V}}{7\ \Omega} = \boxed{3\text{ A}}$$

$$R_1 = \frac{V_1}{I} = \frac{18\text{ V}}{3\text{ A}} = \boxed{6\ \Omega}$$

$$R_3 = \frac{V_3}{I} = \frac{15\text{ V}}{3\text{ A}} = \boxed{5\ \Omega}$$

مثال: للدائرة الموضحة بالشكل ادناه احسب I، V.

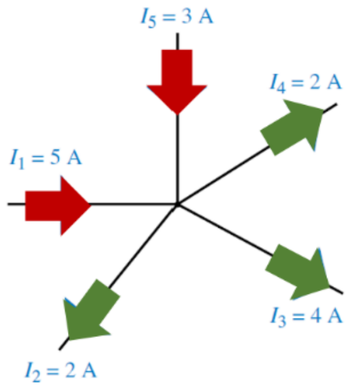


$$E_1 - V_{4\Omega} - E_2 - V_{7\Omega} - V_{4\Omega} = 0$$
$$50 - 4I - 12.5 - 7I - 4I = 0$$
$$37.5 = 15I \ \rightarrow I = 2.5\ A$$
$$V = V_{7\Omega} = 7 * 2.5 = 17.5\ v$$

قانون كيرشوف للتيار Kirchhoff's current law (KCL)

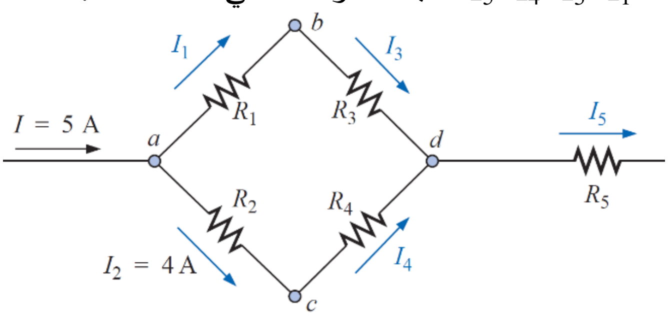
ينص على أن المجموع الجبري للتيارات التي تدخل العقدة (أو الحدود المغلقة) يساوي صفر، او مجموع التيارات الداخلة للعقدة تساوي مجموع التيارات الخارجة.

$$\sum I_{\text{entering node}} = \sum I_{\text{leaving node}}$$



$$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}}$$
$$I_1 + I_5 = I_2 + I_3 + I_4$$
$$5\text{ A} + 3\text{ A} = 2\text{ A} + 4\text{ A} + 2\text{ A}$$
$$8\text{ A} = 8\text{ A} \quad \text{(checks!)}$$

مثال: احسب التيارات I_1، I_3، I_4، I_5 للشبكة الموضحة في الشكل ادناه.



At a:

$$\Sigma I_{\text{entering}} = \Sigma I_{\text{leaving}}$$
$$I = I_1 + I_2$$
$$5\text{ A} = I_1 + 4\text{ A}$$
$$I_1 = 5\text{ A} - 4\text{ A} = \mathbf{1\text{ A}}$$

At b:

$$\Sigma I_{\text{entering}} = \Sigma I_{\text{leaving}}$$
$$I_1 = I_3 = \mathbf{1\text{ A}}$$

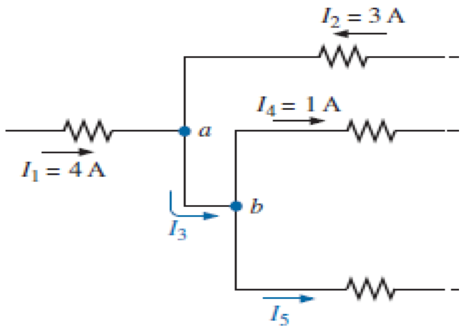
At c:

$$I_2 = I_4 = \mathbf{4\text{ A}}$$

At d:

$$\Sigma I_{\text{entering}} = \Sigma I_{\text{leaving}}$$
$$I_3 + I_4 = I_5$$
$$1\text{ A} + 4\text{ A} = I_5$$
$$I_5 = \mathbf{5\text{ A}}$$

مثال: احسب التيارات I_3 و I_5 في الشكل باستخدام قانون كيرشوف للتيار.



At node a

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$4\text{ A} + 3\text{ A} = I_3 = \mathbf{7\text{ A}}$$

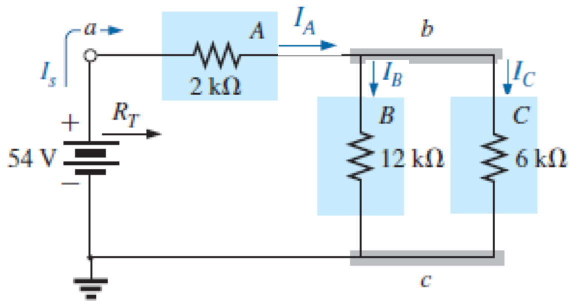
At node b

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_3 = I_4 + I_5$$
$$7\text{ A} = 1\text{ A} + I_5$$
$$I_5 = 7\text{ A} - 1\text{ A} = \mathbf{6\text{ A}}$$

الشبكات المتوالية-المتوازية Series-Parallel Networks

الشبكات المتوالية - المتوازية هي شبكات تحتوي على ربط التوالي والتوازي معا.

مثال: بالنسبة للشبكة الموضحة ادناه، احسب R_T، Is، I_A، I_B، I_C



$$R_{B\|C} = R_B \parallel R_C = \frac{(12\text{ k}\Omega)(6\text{ k}\Omega)}{12\text{ k}\Omega + 6\text{ k}\Omega} = 4\text{ k}\Omega$$

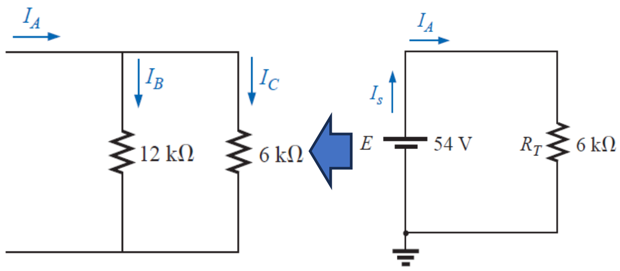
$$R_T = R_A + R_{B\|C}$$
$$= 2\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega = \mathbf{6\text{ k}\Omega}$$

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{54\text{ V}}{6\text{ k}\Omega} = \mathbf{9\text{ mA}}$$

$$I_A = I_s = 9\text{ mA}$$

$$I_B = \frac{6\text{ k}\Omega(I_s)}{6\text{ k}\Omega + 12\text{ k}\Omega} = \frac{1}{3}(9\text{ mA}) = \mathbf{3\text{ mA}}$$

$$I_C = \frac{12\text{ k}\Omega(I_s)}{12\text{ k}\Omega + 6\text{ k}\Omega} = \frac{2}{3}(9\text{ mA}) = \mathbf{6\text{ mA}}$$



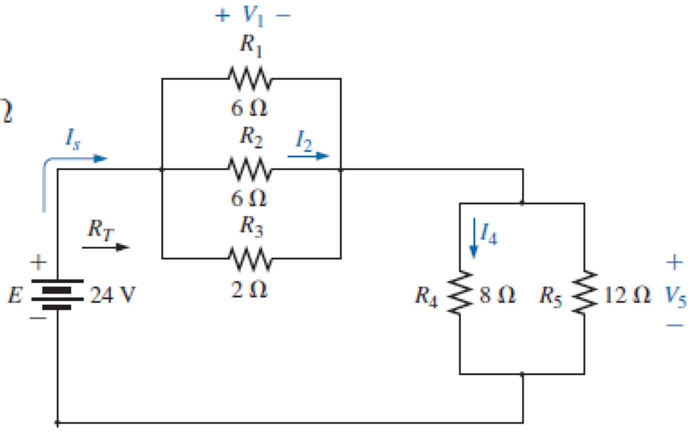
مثال: للدائرة الموضحة ادناه احسب التيارات والفولتيات لكل فرع من الدائرة.

$$R_{1\|2} = \frac{R}{N} = \frac{6\ \Omega}{2} = 3\ \Omega$$

$$R_A = R_{1\|2\|3} = \frac{(3\ \Omega)(2\ \Omega)}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = 1.2\ \Omega$$

$$R_B = R_{4\|5} = \frac{(8\ \Omega)(12\ \Omega)}{8\ \Omega + 12\Omega} = 4.8\ \Omega$$

$$R_T = R_A + R_B = 1.2 + 4.8 = 6\Omega$$



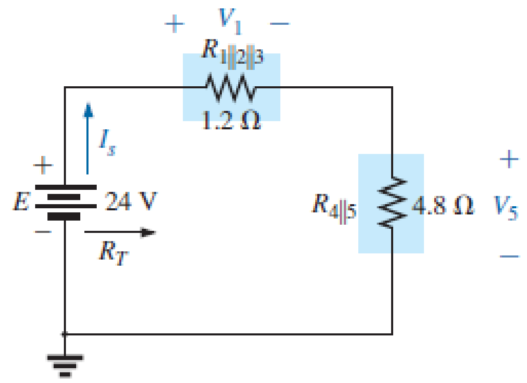
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{24\text{ V}}{6\ \Omega} = \mathbf{4\ A}$$

$$V_1 = I_s R_{1\|2\|3} = (4\text{ A})(1.2\ \Omega) = \mathbf{4.8\ V}$$

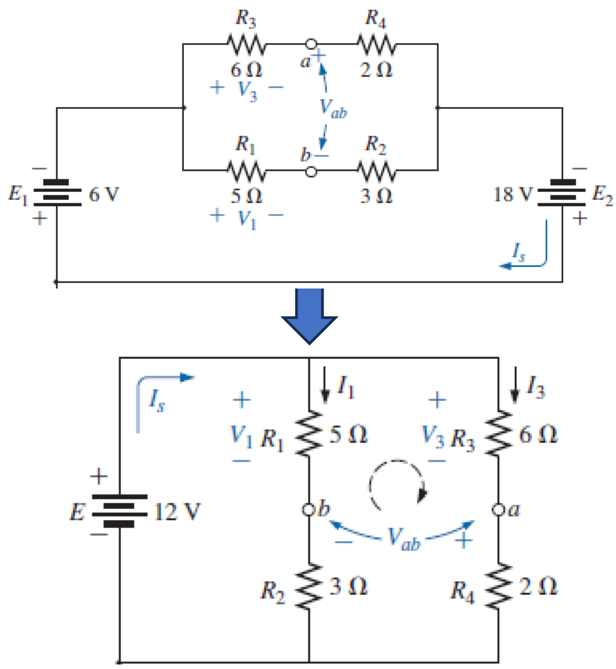
$$V_5 = I_s R_{4\|5} = (4\text{ A})(4.8\ \Omega) = \mathbf{19.2\ V}$$

$$I_4 = \frac{V_5}{R_4} = \frac{19.2\text{ V}}{8\ \Omega} = \mathbf{2.4\ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{4.8\text{ V}}{6\ \Omega} = \mathbf{0.8\ A}$$



مثال: للدائرة الموضحة ادناه احسب الفولتيات V_1 ، V_3 ، V_{ab} ثم احسب التيار الكلي I_s.



$$E = E_1 - E_2 = 18 - 6 = 12\ v$$

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(5\ \Omega)(12\text{ V})}{5\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{60\text{ V}}{8} = \mathbf{7.5\ V}$$

$$V_3 = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4} = \frac{(6\ \Omega)(12\text{ V})}{6\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{72\text{ V}}{8} = \mathbf{9\ V}$$

$$+V_1 - V_3 - V_{ab} = 0$$

$$V_{ab} = V_1 - V_3 = 7.5\text{ V} - 9\text{ V} = \mathbf{-1.5\ V}$$

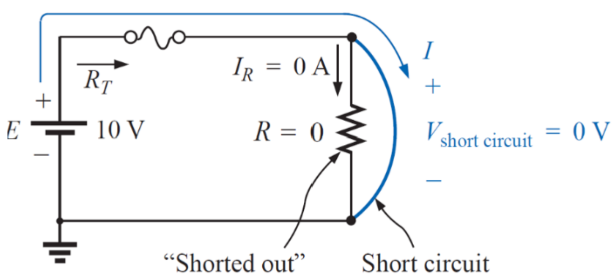
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{7.5\text{ V}}{5\Omega} = 1.5\text{ A}$$

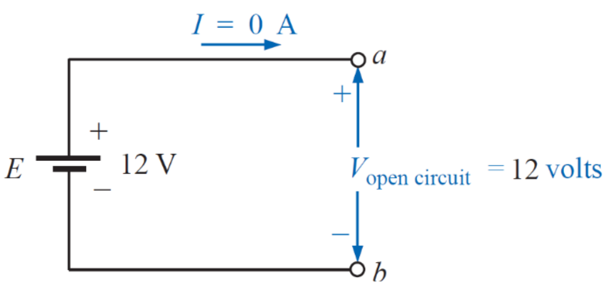
$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{9\text{ V}}{6\Omega} = 1.5\text{ A}$$

$$I_s = I_1 + I_3 = 1.5\text{ A} + 1.5\text{ A} = \mathbf{3\ A}$$

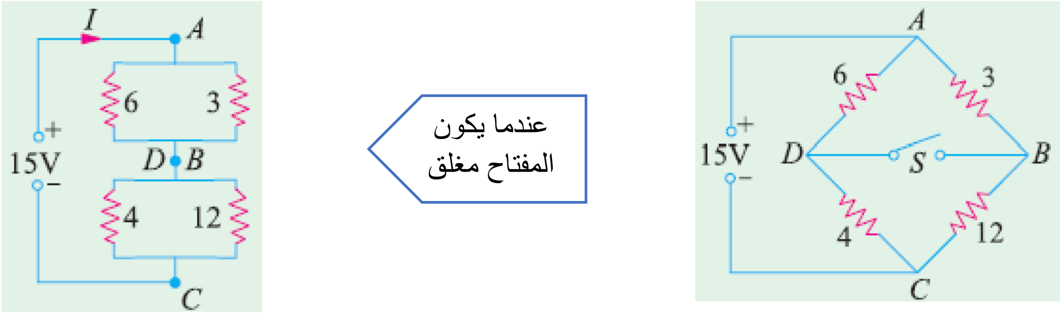
الدوائر المفتوحة والقصيرة Open and Short Circuits

يمكن أن يكون للدائرة المفتوحة فرق جهد عبر أطرافها، لكن التيار يكون دائمًا صفر أمبير. يمكن للدائرة القصيرة أن تحمل تيارًا بمستوى تحدده الدائرة الخارجية، لكن فرق الجهد عبر أطرافها يكون صفر فولت.





مثال: في الدائرة الموضحة ادناه احسب المقاومة المكافئة والتيار الكلي اذا كان المفتاح مغلق (ON).

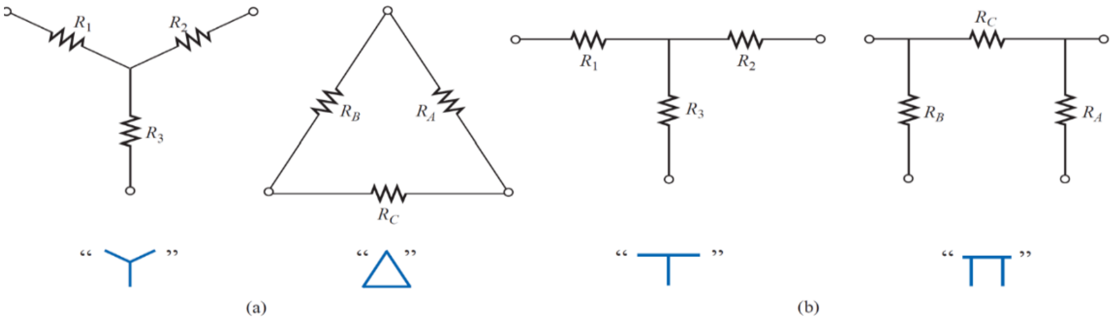


$$R_T = 6 \parallel 3 + 4 \parallel 12 = \frac{6*3}{6+3} + \frac{4*12}{4+12} = 5\,\Omega \rightarrow I_T = \frac{15}{5} = 3A$$

واجب: اعد حل المثال السابق إذا كان المفتاح OFF.

تحويلات Δ -Y و Y- Δ

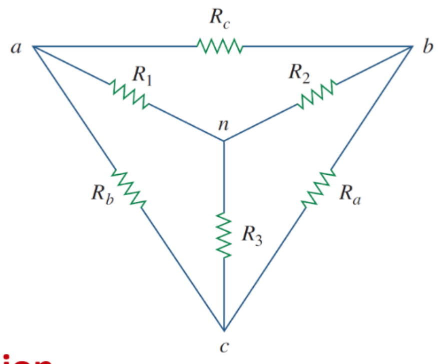
Delta -Star transform - او التحويل النجمي-المثلثي المستخدم لتسهيل تحليل الدوائر الكهربائية وحل المسائل المتعلقة بها، يعرف ايضا بـ wye-delta والعديد من الاسماء الأخرى، هو طريقة رياضية لتحليل الشبكات الكهربائية، الاسم مشتق من شكل الدوائر الكهربائية ، التي تشبه حرف Y و الحرف اللاتيني Δ.



Delta to Wye Conversion

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \qquad R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

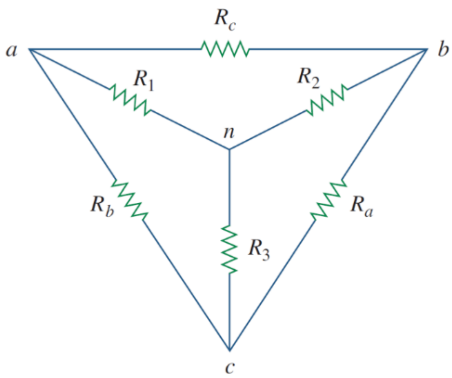
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$



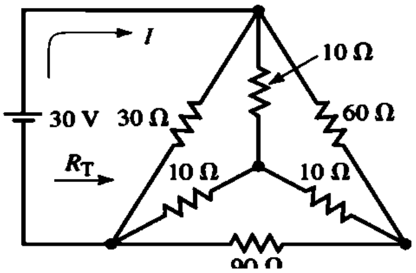
Wye to Delta Conversion

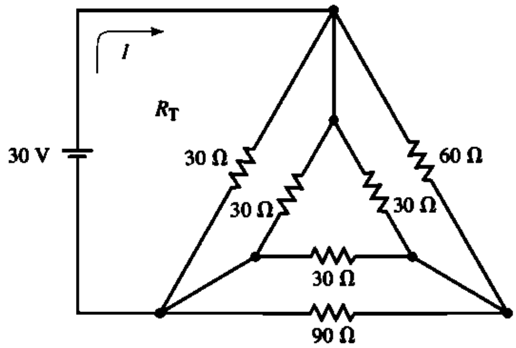
$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \qquad R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

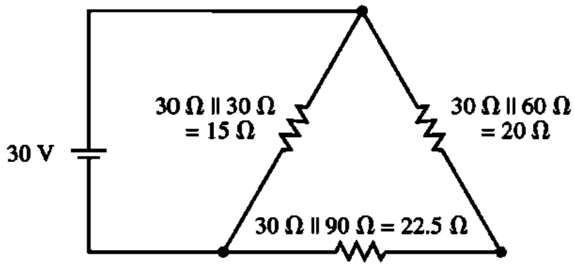
$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$



مثال: الدائرة الموضحة في الشكل، أوجد المقاومة الكلية، R_T، والتيار الكلي I.







$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1},$$

$$R_a = \frac{10 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 10}{10} = \frac{300}{10} = 30\ \Omega$$

$$R_b = R_c = R_a = 30\ \Omega$$

$$30 \parallel 60 = \frac{30 * 60}{30 + 60} = 20\ \Omega$$

$$30 \parallel 30 = \frac{30 * 30}{30 + 30} = 15\ \Omega$$

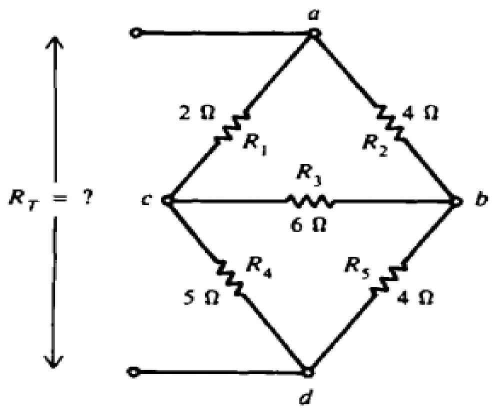
$$30 \parallel 90 = \frac{30 * 90}{30 + 90} = 22.5\ \Omega$$

$$R_T = 15 \parallel (20 + 22.5)$$

$$R_T = 15 \parallel 42.5 = \frac{15*42.5}{15+42.5} = 11.09\ \Omega$$

$$I = \frac{30}{11.09} = 2.7\ A$$

مثال: احسب المقاومة المكافئة أو الكلية R_T بين a و d في الدائرة الموضحة ادناه.



$$R_a = \frac{2 \times 4}{2 + 4 + 6} = 0.667\ \Omega$$

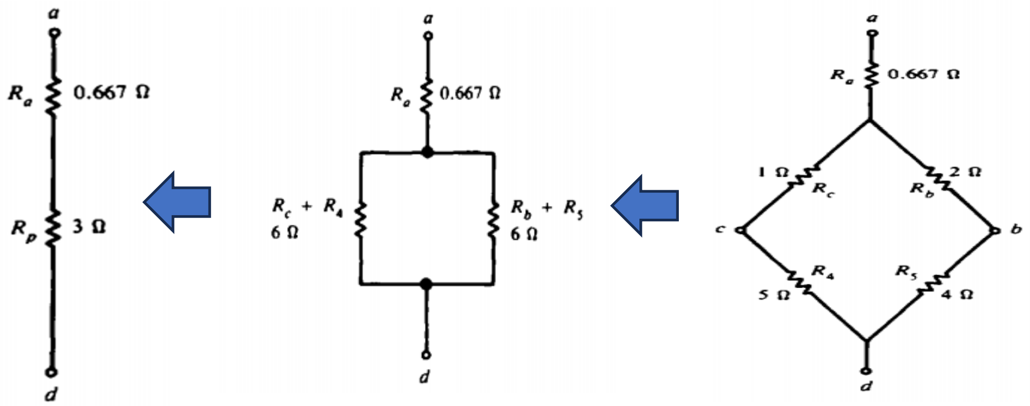
$$R_b = \frac{4 \times 6}{2 + 4 + 6} = 2\ \Omega$$

$$R_c = \frac{2 \times 6}{2 + 4 + 6} = 1\ \Omega$$

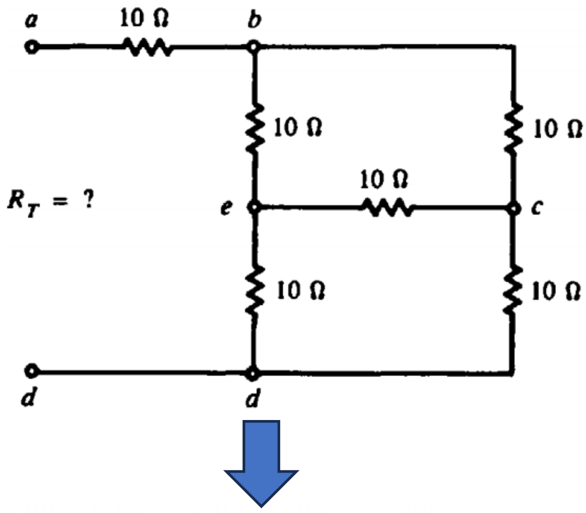
$$R_c + R_4 = 1 + 5 = 6\ \Omega$$

$$R_b + R_5 = 1 + 5 = 6\ \Omega$$

$$R_T = 6 \parallel 6 + R_p = 3 + 0.667 = 3.67\ \Omega$$



مثال: احسب المقاومة المكافئة أو الكلية R_T بين a و d في الدائرة الموضحة ادناه.



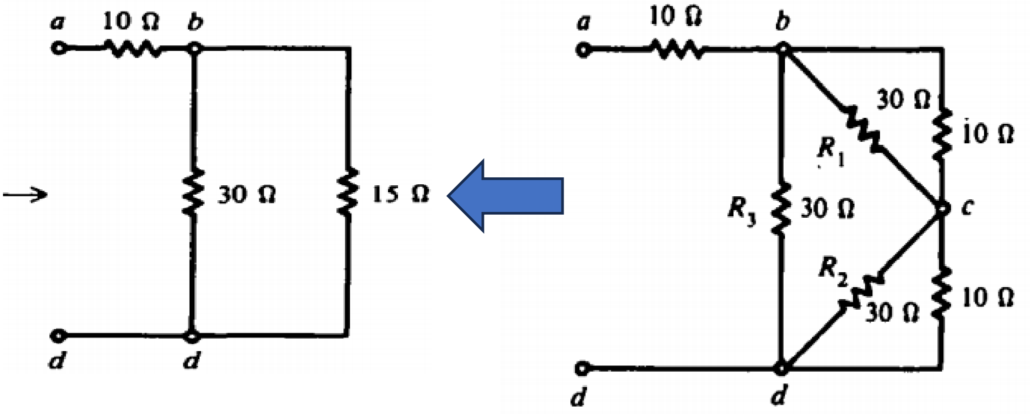
$$R_1 = \frac{10*10+10*10+10*10}{10} = 30\ \Omega$$

$$R_2 = R_3 = \frac{300}{10} = 30\ \Omega$$

$$R_{bc} = 10//30 = \frac{10\times 30}{10+30} = 7.5\ \Omega$$

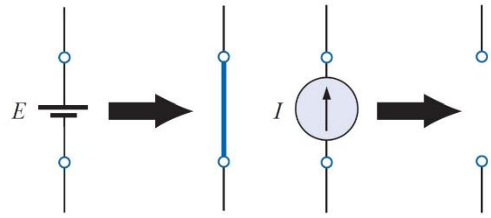
$$R_{cd} = 10//30 = \frac{10\times 30}{10+30} = 7.5\ \ \Omega$$

$$R_T = [(7.5+7.5)//30] + 10 = 20\Omega$$



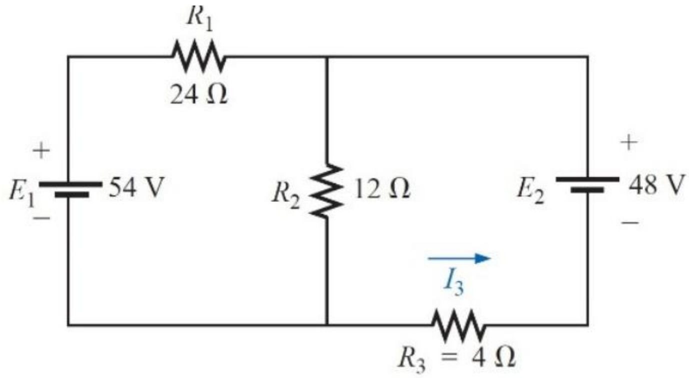
نظرية التراكب Superposition Theorem

إن التيار المار خلال عنصر ما أو الجهد عبره في شبكة يساوي المجموع الجبري للتيارات أو الفولتيات الناتجة بشكل مستقل بواسطة كل مصدر. ويتطلب النظر في تأثير كل مصدر بشكل مستقل وإزالة المصادر واستبدالها دون التأثير على النتيجة النهائية.

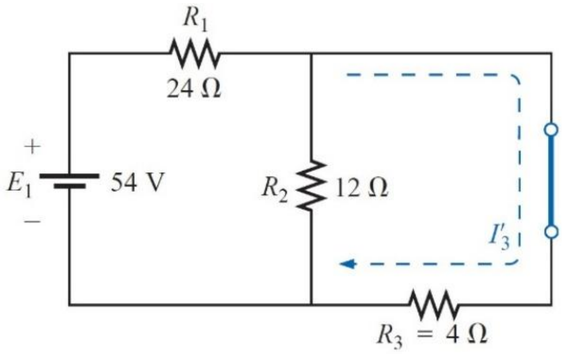


- إزالة مصدر الجهد (دائرة قصر short cct.).
- إزالة المصدر الحالي (دائرة مفتوحة open cct.).

مثال: باستخدام نظرية التراكب، حدد التيار المار عبر المقاومة 4 Ω الموضحة في الشكل أدناه.



1- Considering the effect of a 54-V source

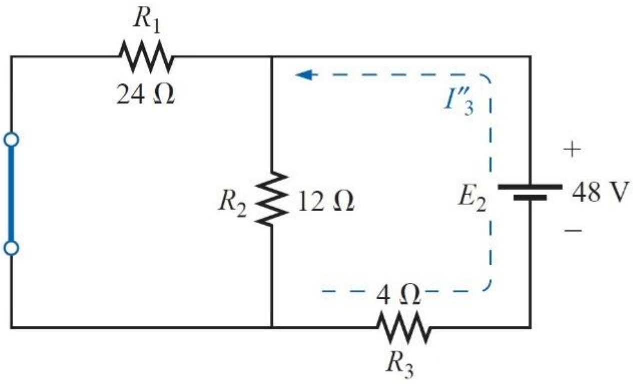


$$R_T = R_1 + R_2 \parallel R_3$$
$$= 24\ \Omega + 12\ \Omega \parallel 4\ \Omega$$
$$= 24\ \Omega + 3\ \Omega$$
$$= 27\ \Omega$$

$$I = \frac{E_1}{R_T} = \frac{54\ \text{V}}{27\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

$$I'_3 = \frac{I\ R_2}{R_2 + R_3}$$
$$= \frac{(2\ \text{A})\ (12\ \Omega)}{12\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{24\ \text{A}}{16} = \boxed{1.5\ \text{A}}$$

2- Considering the effect of the 48-V source

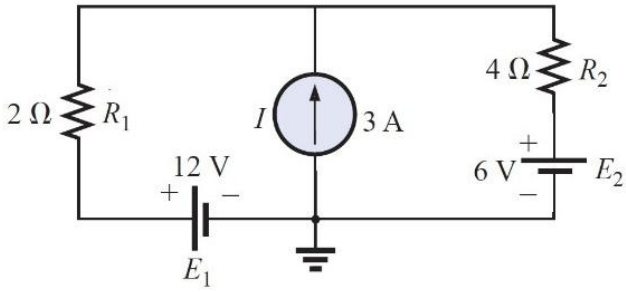


$$R_T = R_3 + R_1 \parallel R_2$$
$$= 4\ \Omega + 24\ \Omega \parallel 12\ \Omega$$
$$= 4\ \Omega + 8\ \Omega$$
$$= 12\ \Omega$$

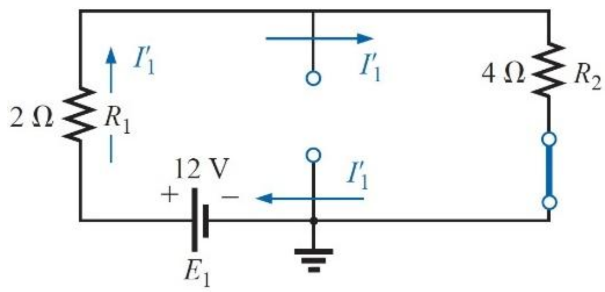
$$I''_3 = \frac{E_2}{R_T} = \frac{48\ \text{V}}{12\ \Omega} = \boxed{4\ \text{A}}$$

$$I_3 = I''_3 - I'_3$$
$$= 4\ \text{A} - 1.5\ \text{A} = \boxed{\mathbf{2.5\ A}}$$

مثال: باستخدام نظرية التراكب، حدد التيار المار عبر المقاومة 2Ω الموضحة في الشكل أدناه.

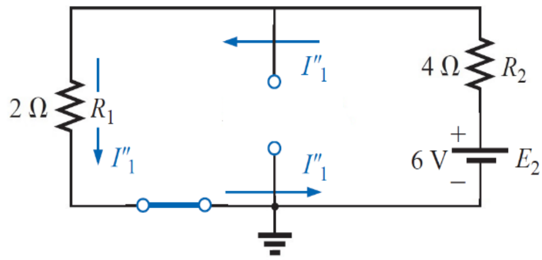


1- Considering the effect of the 12-V source



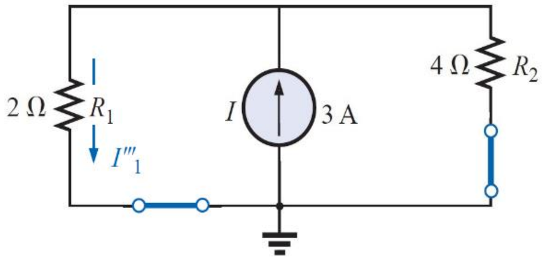
$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{12\ \text{V}}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{12\ \text{V}}{6\ \Omega} = \boxed{2\ \text{A}}$$

2- Considering the effects of the 6-V source



$$I''_1 = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = \frac{6\text{ V}}{2\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{6\text{ V}}{6\,\Omega} = \boxed{1\text{ A}}$$

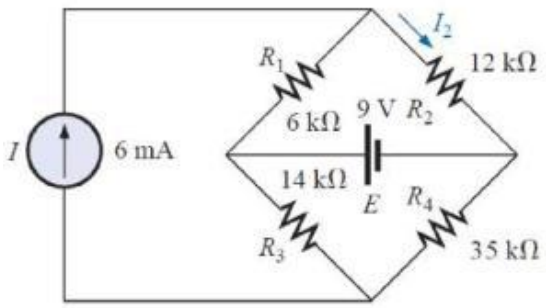
3- Considering the effect of the 3-A source



$$I'''_1 = \frac{I\,R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(3\text{ A})(4\,\Omega)}{2\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{12\text{ A}}{6} = \boxed{2\text{ A}}$$

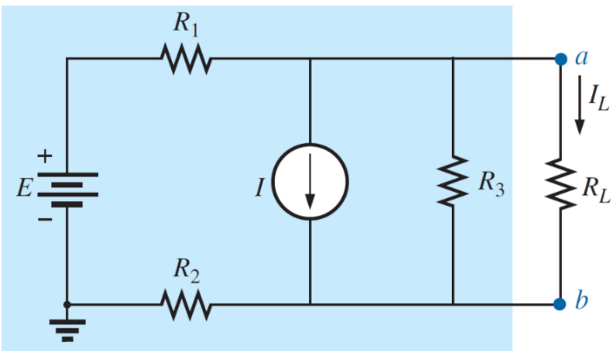
$$I_1 = I''_1 + I'''_1 - I'_1$$
$$= 1\text{A} + 2\text{A} - 2\text{A} = 1\text{A}$$

واجب: باستخدام نظرية التراكب، أوجد شدة التيار I_2 في الدائرة الموضحة بالشكل ادناه.

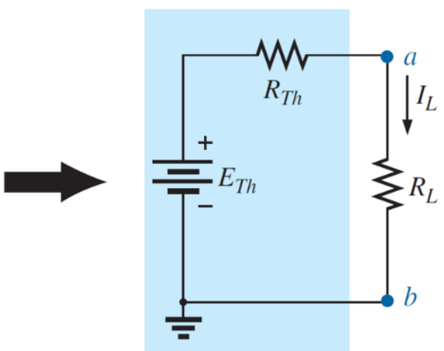


نظرية ثيفينين Thevenin's Theorem

تنص على أنه يمكن استبدال الدائرة الخطية ذات الطرفين بدائرة مكافئة تتكون من مصدر جهد V_{Th} موصول على التوالي مع المقاومة R_{Th}، حيث V_{Th} هو جهد الدائرة المفتوحة عند الأطراف و R_{Th} هي المقاومة المكافئة عند الأطراف عندما يتم إيقاف تشغيل المصادر المستقلة.



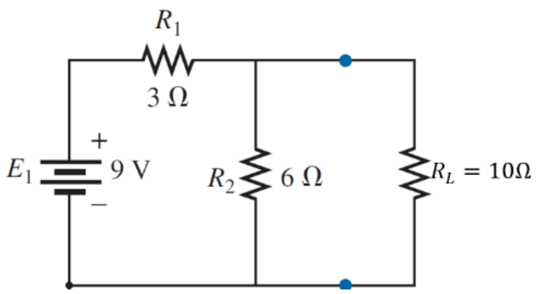
(a)



(b)

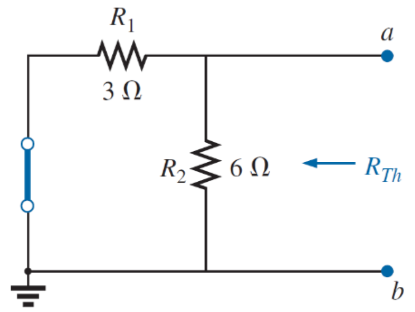
$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

مثال: أوجد التيار خلال R_L للدائرة الموضحة بالشكل باستخدام نظرية ثيفينين.



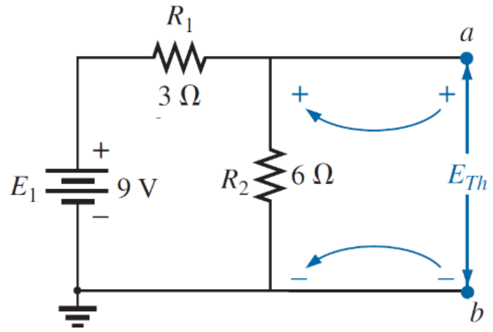
الخطوة 1: إزالة المقاومة R_L مؤقتًا من الشبكة.

الخطوة 2: احسب R_{Th} عن طريق استبدال مصدر الجهد بدوائر قصر، ثم إيجاد المقاومة الناتجة بين النقطتين المحددتين.



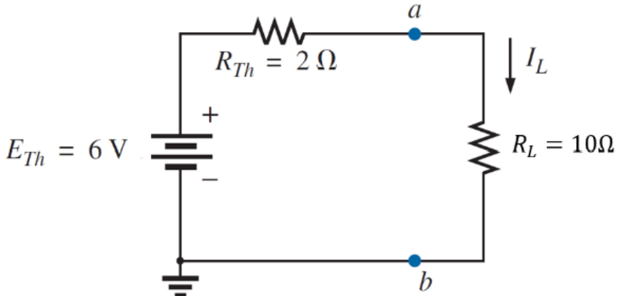
$$R_{Th} = R_1 \| R_2 = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \mathbf{2\ \Omega}$$

الخطوة 3: احسب E_{Th} عن طريق إعادة جميع المصادر أولاً إلى موضعها الأصلي وإيجاد جهد الدائرة المفتوحة بين الأطراف المحددة.



$$E_{Th} = \frac{R_2 E_1}{R_2 + R_1} = \frac{(6\ \Omega)(9\ \text{V})}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{54\ \text{V}}{9} = \mathbf{6\ V}$$

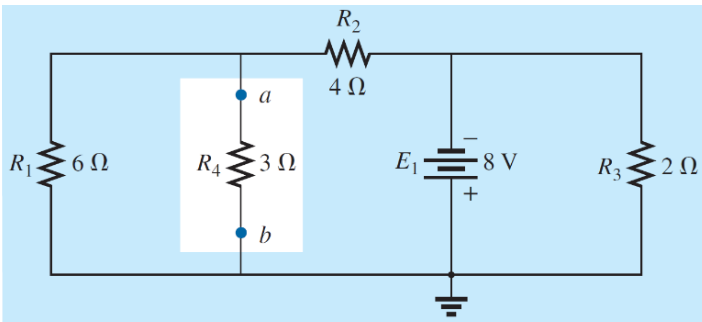
الخطوة 4: ارسم دائرة Thevenin المكافئة واعادة جزء الدائرة الذي تمت إزالته بين أطراف الدائرة المكافئة.

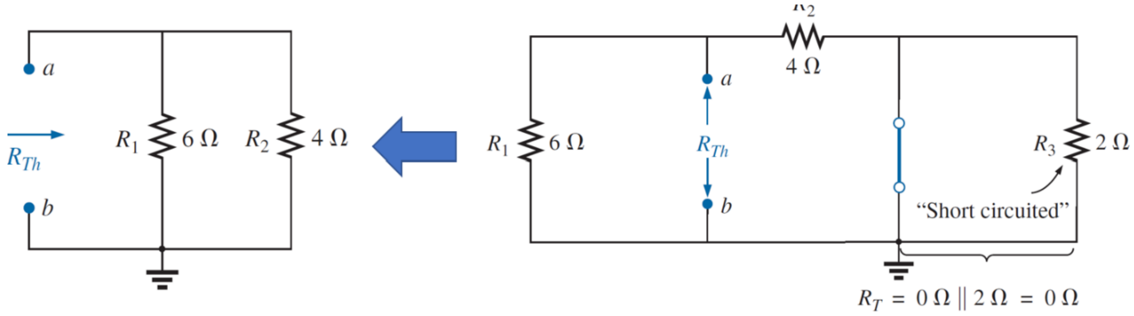


$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$I_L = \frac{6\ V}{2\Omega + 10\Omega} = \frac{6}{12} = 0.5\ A$$

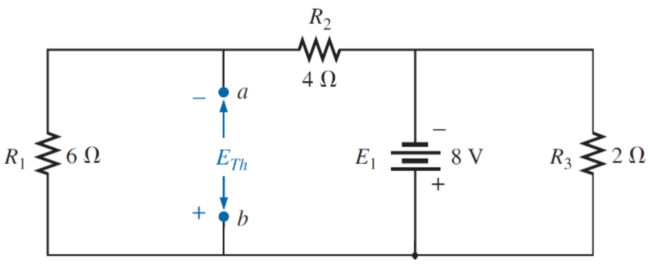
مثال: اوجد دائرة Thevenin المكافئة، ثم أوجد شدة التيار خلال المقاومة 3Ω للدائرة الموضحة في الشكل.





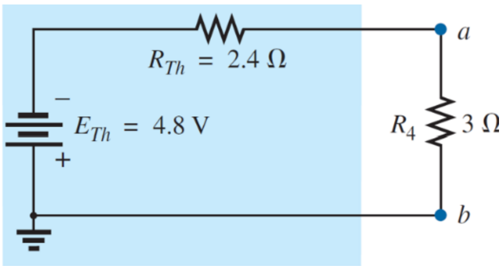
$$R_{Th} = R_1 \| R_2 = \frac{(6\ \Omega)(4\ \Omega)}{6\ \Omega + 4\ \Omega} = \mathbf{2.4\ \Omega}$$

$$E_{Th} = \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} = \frac{(6\ \Omega)(8\ \text{V})}{6\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{48\ \text{V}}{10} = \mathbf{4.8\ V}$$

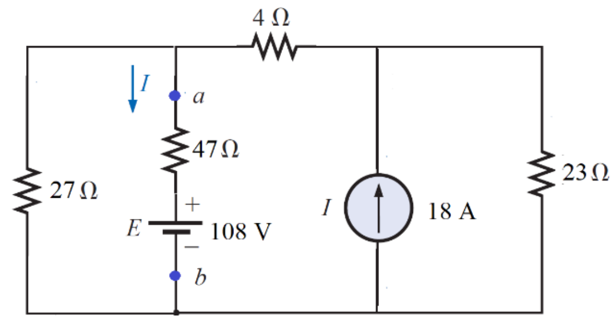


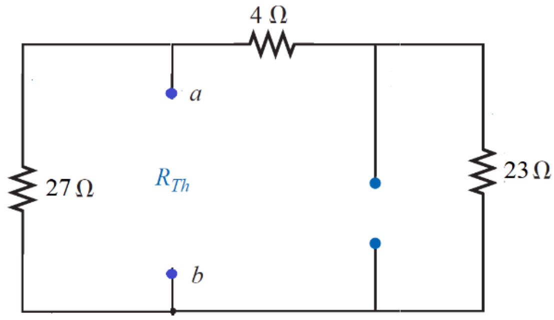
$$\boldsymbol{I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L}}$$

$$\boldsymbol{I_L = \frac{4.8\ V}{2.4\Omega + 3\Omega} = \frac{4.8}{5.4} = 0.889\ A}$$



مثال: استخدم نظرية ثيفينين لإيجاد شدة التيار المار في الفرع a-b للدائرة الموضحة.





$$\boldsymbol{R_{Th} = (4\Omega + 23\Omega) // 27\Omega\,)}$$

$$\boldsymbol{= 27\Omega // 27\Omega = 13.5\Omega}$$

$$E_{Th} = V_{27\Omega} = I_1 \times 27\Omega$$

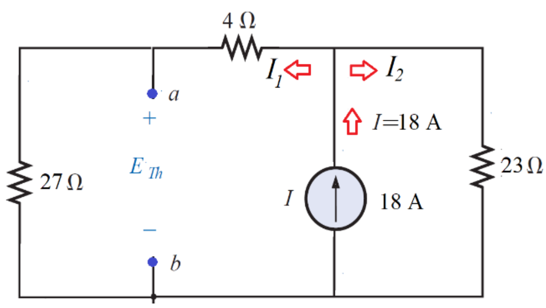
Applying the current divider rule to find I_1,

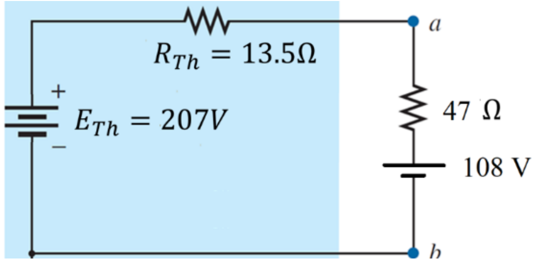
$$I_1 = \frac{I\,(23\Omega)}{23\Omega + (27\Omega + 4\Omega)}$$

$$= \frac{(18A)(23\Omega)}{54\Omega} = 7.67\ A$$

$$V_{27\Omega} = I_1 \times 27\Omega = 7.67\ A \times 27\Omega = 207\ \text{V}$$

$$E_{Th} = V_{27\Omega} = 207\ V$$



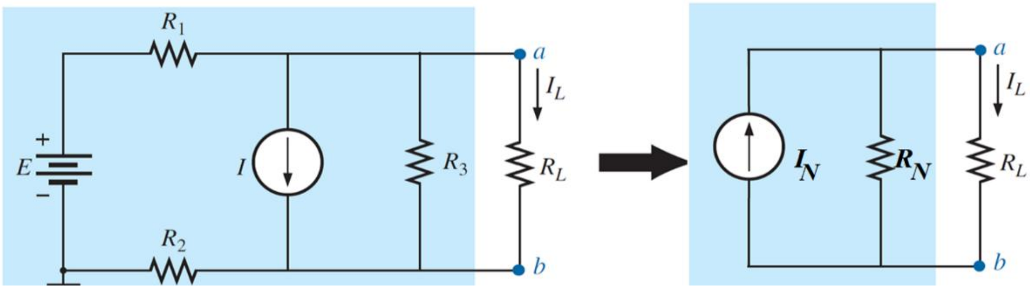


$$I_L = \frac{E_{Th} - 108}{R_{Th} + R_L}$$

$$I_L = \frac{207\ V - 108V}{13.5Ω + 47Ω} = \frac{99}{60.5} = 1.64\ A$$

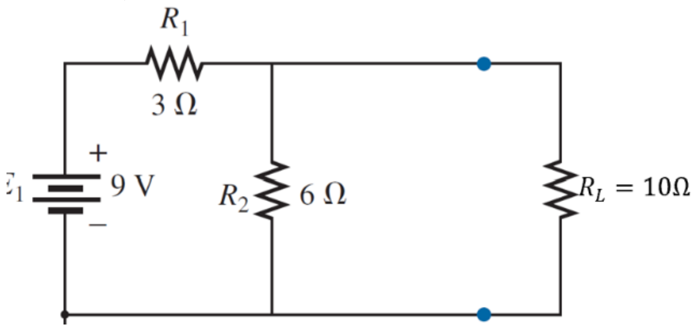
نظرية نورتن Norton's Theorem

تنص على أنه يمكن استبدال الدائرة ذات الطرفين بدائرة مكافئة تتكون من مصدر تيار I_N متصل بالتوازي مع المقاومة R_N.

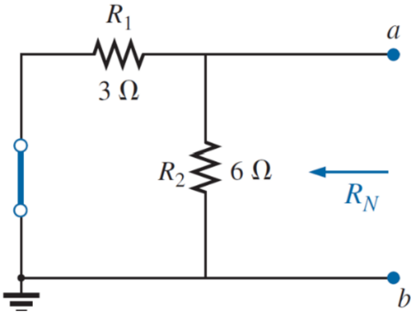


$$I_L = \frac{I_N R_N}{R_N + R_L}$$

مثال: أوجد التيار خلال المقاومة R_L للدائرة الموضحة بالشكل باستخدام نظرية نورتن.



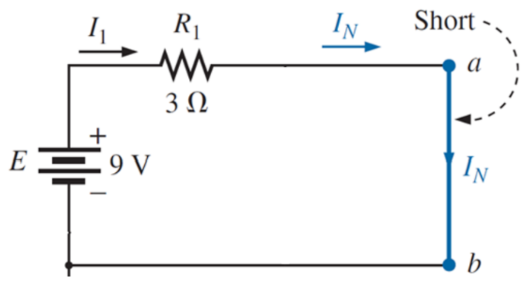
لإيجاد R_N نتبع نفس الخطوات التي اتبعناها لإيجاد R_{Th}



$$R_N = R_1 \parallel R_2 = \frac{(3\ Ω)(6\ Ω)}{3\ Ω + 6\ Ω} = \frac{18\ Ω}{9} = \mathbf{2\ Ω}$$

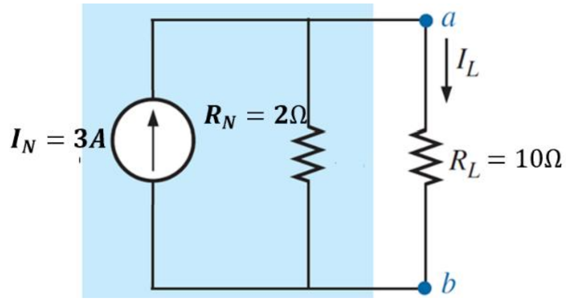
حساب I_N عن طريق إعادة جميع المصادر أولاً إلى موضعها الأصلي وإيجاد تيار الدائرة القصيرة بين الأطراف المحددة.

$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\ \text{V}}{3\ \Omega} = \mathbf{3\ A}$$

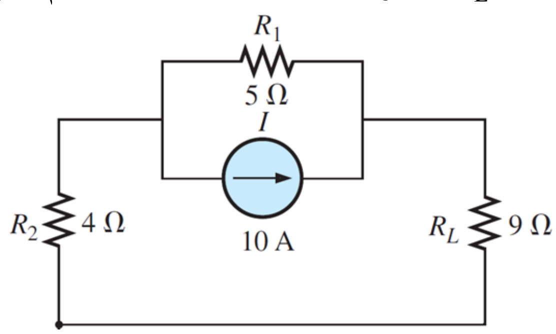


$$\boldsymbol{I_L = \frac{I_N R_N}{R_N + R_L}}$$

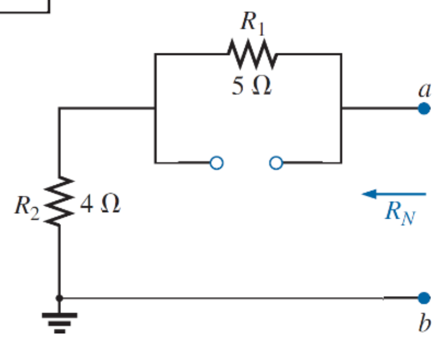
$$= \frac{(3A)(2\Omega)}{2\Omega + 10\Omega} = \frac{6}{12} = 0.5\ A$$

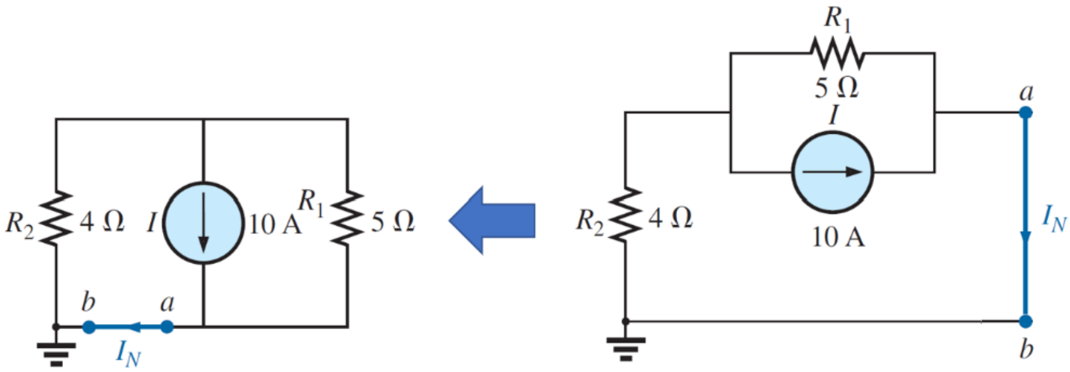


مثال: أوجد التيار خلال المقاومة R_L للدائرة الموضحة بالشكل باستخدام نظرية نورتن.



$$R_N = R_1 + R_2 = 5\ \Omega + 4\ \Omega = \mathbf{9\ \Omega}$$



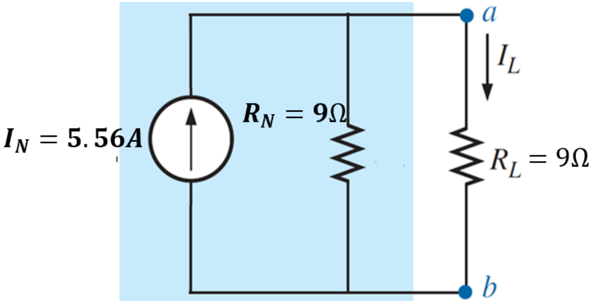


$$I_N = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(5\ \Omega)(10\ \text{A})}{5\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{50\ \text{A}}{9} = \mathbf{5.56\ A}$$

$$I_L = \frac{I_N R_N}{R_N + R_L}$$

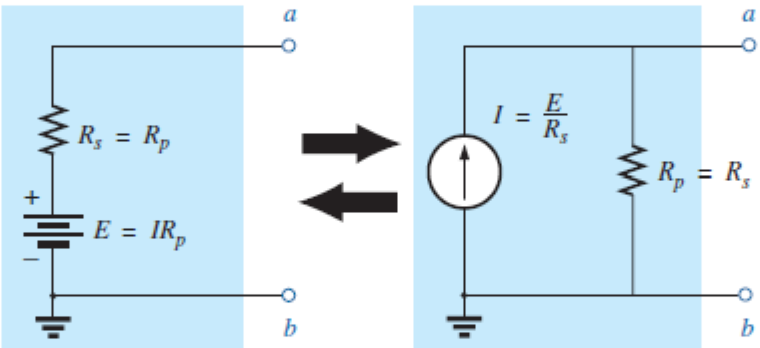
$$= \frac{(5.56A)(9\Omega)}{9\Omega + 9\Omega} = \frac{50.04}{18} = 2.78\ A$$

$$I_L = \frac{I_N}{2} = \frac{5.56A}{2} == 2.78\ A$$

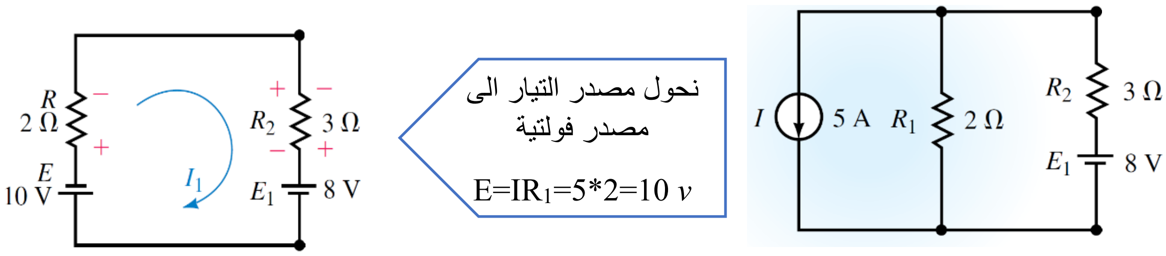


Source Conversions تحويلات المصادر

لإجراء تحويل من نوع مصدر إلى آخر (مصدر فولتية الى مصدر تيار وبالعكس)، يجب أن يحتوي مصدر الفولتية على مقاومة مربوطة على التوالي معه، ويجب أن يحتوي مصدر التيار على مقاومة مربوطة على التوازي.



مثال: احسب التيار الكلي للدائرة الموضحة ادناه:



$$I = \frac{E1 + E}{R1 + R2} = \frac{8 + 10}{2 + 3} = 3.6\ A$$

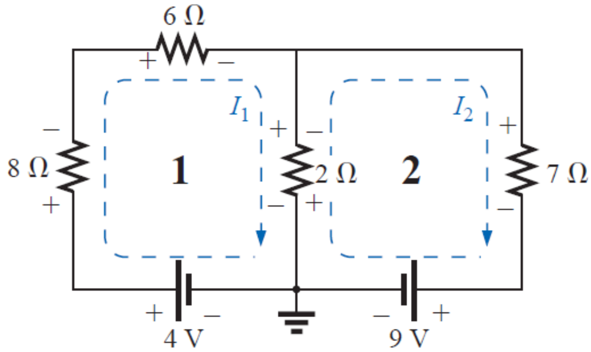
Mesh (Loop)Analysis التحليل الحلقي

يطبق تحليل الحلقة (الشبكة) قانون كيرشوف للفولتية KVL للحصول على التيارات المجهولة في الدائرة.

Steps to Determine Mesh Currents:

1. Assign mesh currents $i_1, i_2, \ldots, i_n$ to the n meshes.
2. Apply KVL to each of the n meshes. Use Ohm's law to express the voltages in terms of the mesh currents.
3. Solve the resulting n simultaneous equations to get the mesh currents.

مثال: باستخدام التحليل الحلقي جد التيار المار في كل مقاومة في الدائرة الموضحة بالشكل ادناه.



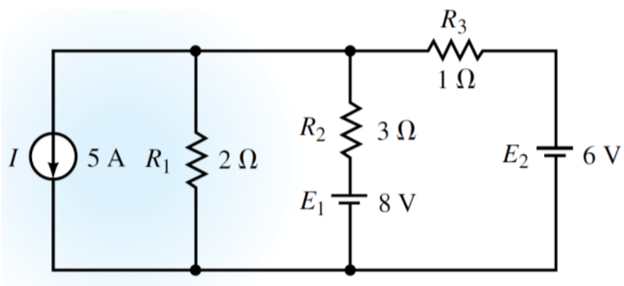
I_1: $(8\,\Omega + 6\,\Omega + 2\,\Omega)I_1 - (2\,\Omega)I_2 = 4\text{ V}$　　from loop 1
I_2: $(7\,\Omega + 2\,\Omega)I_2 - (2\,\Omega)I_1 = -9\text{ V}$　　from loop 2

$$\begin{aligned}16I_1 - 2I_2 &= 4\\ 9I_2 - 2I_1 &= -9\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}16I_1 - 2I_2 &= 4\\ -2I_1 + 9I_2 &= -9\end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix}16 & -2\\ -2 & 9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\ I_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\ -9\end{bmatrix}$$

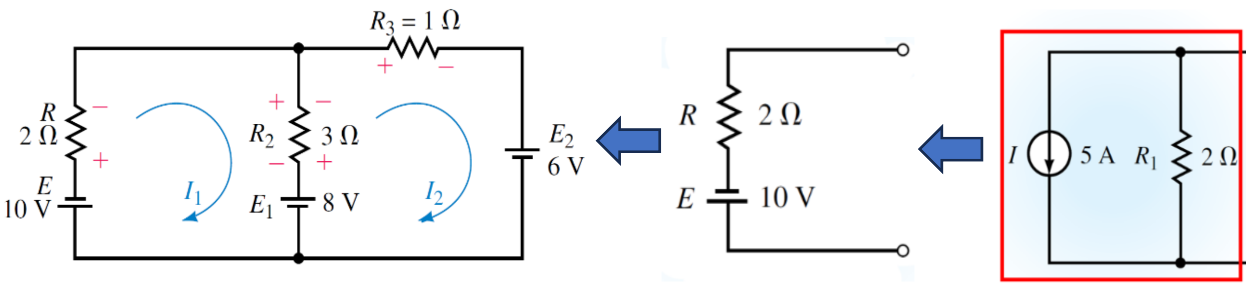
$$I_1 = \frac{\begin{bmatrix}4 & -2\\ -9 & 9\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}16 & -2\\ -2 & 9\end{bmatrix}} = \frac{36-18}{144-4} = 0.19\,A \quad , \quad I_2 = \frac{\begin{bmatrix}16 & 4\\ -2 & -9\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}16 & -2\\ -2 & 9\end{bmatrix}} = \frac{-144+8}{144-4} = -0.97\,A$$

$$I_{7\Omega} = I_2 = -0.97\,A \quad and \quad I_{2\Omega} = I_1 - I_2 = 0.19 + 0.97 = 1.16\,A$$

مثال: باستخدام التحليل الحلقي جد التيار المار في المقاومة R_3 للدائرة الموضحة بالشكل ادناه.



نحول مصدر التيار الى مصدر فولتية: $E = 5 * 2 = 10\ v$



Loop 1: $-10\text{ V} - (2\,\Omega)I_1 - (3\,\Omega)I_1 + (3\,\Omega)I_2 - 8\text{ V} = 0$

Loop 2: $8\text{ V} - (3\,\Omega)I_2 + (3\,\Omega)I_1 - (1\,\Omega)I_2 - 6\text{ V} = 0$

Loop 1: $+\,5\,I_1 - 3\,I_2 = -18$

Loop 2: $-\,3\,I_1 + 4\,I_2 = 2$

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{bmatrix} -18 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}} = \frac{-72+6}{20-9} = -6\ A \quad ، \quad I_2 = \frac{\begin{bmatrix} 5 & -18 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}} = \frac{10-54}{20-9} = -4\ A$$

$$I_{3\Omega} = I_2 - I_1 = -4 + 6 = 2\ A$$

نفترض على سبيل المثال الدائرة الموضحة في الشكل، $I_2 = -5\ A$ ونكتب معادلة للحلقة الأخرى بالطريقة المعتادة:

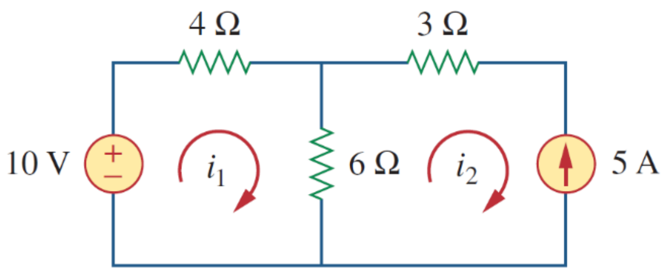
Loop 2: $\quad \boldsymbol{I_2 = -5}$

Loop 1: $\quad \boldsymbol{(4+6)I_1 - 6I_2 = 10}$

$$\boldsymbol{10I_1 - 6I_2 = 10}$$

$$\boldsymbol{10I_1 - 6(-5) = 10}$$

$$\boldsymbol{I_1 = \frac{10-30}{10} = -2\ A}$$



طريقة التحليل العقدي Nodal Voltage Method

يطبق التحليل العقدي قانون كيرشوف للتيار KCL للحصول على الفولتيات المجهولة في الدائرة الكهربائية.

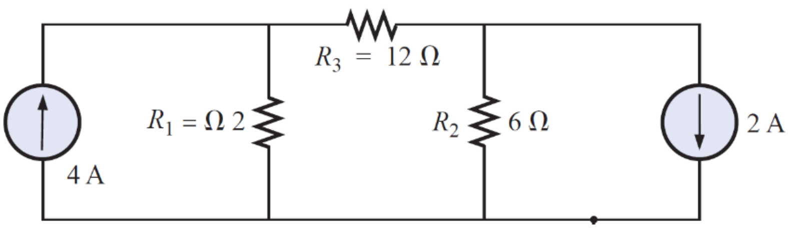
الخطوة 1: تحويل كل مصدر فولتية في الشبكة إلى مصدر تيار مكافئ له.

الخطوة 2: تحديد عدد العقد داخل الشبكة.

الخطوة 3: تطبيق قانون كيرشوف للتيار على كل عقدة باستثناء العقدة المرجعية Reference Node.

الخطوة 4: حل المعادلات الناتجة للحصول على الفولتيات المجهولة.

مثال: باستخدام طريقة التحليل العقدي، حدد التيارات خلال المقاومات R_1 و R_2 و R_3 في الدائرة الموضحة.



For node 1 :

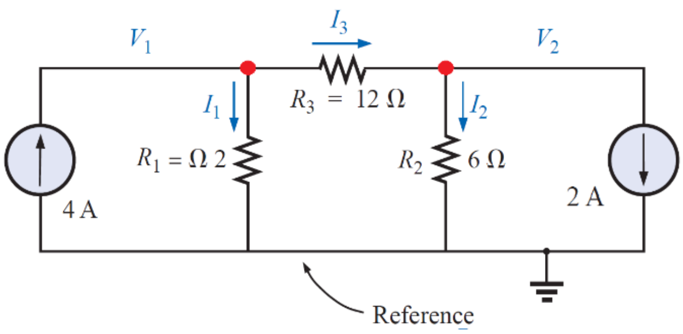
Applying Kirchhoff's current law:

$$4\text{ A} - I_1 - I_3 = 0$$

$$4\text{ A} = I_1 + I_3$$

$$4\text{ A} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_3}$$

$$V_1\left(\frac{1}{2\ \Omega} + \frac{1}{12\ \Omega}\right) - V_2\left(\frac{1}{12\ \Omega}\right) = 4\text{ A}$$



$$\frac{7}{12}V_1 - \frac{1}{12}V_2 = +4 \Longrightarrow 7V_1 - V_2 = 48$$

For node 2 :

Applying Kirchhoff's current law:

$$I_3 - I_2 - 2\,\text{A} = 0$$

$$-2\,\text{A} = -I_3 + I_2$$

$$-2\,\text{A} = \frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_2}$$

$$-2\,\text{A} = \frac{V_2 - V_1}{12\,\Omega} + \frac{V_2}{6\,\Omega} \Longrightarrow V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega}\right) - V_1\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right) = -2\,\text{A}$$

$$-\frac{1}{12}V_1 + \frac{3}{12}V_2 = -2 \Longrightarrow -1V_1 + 3V_2 = -24$$

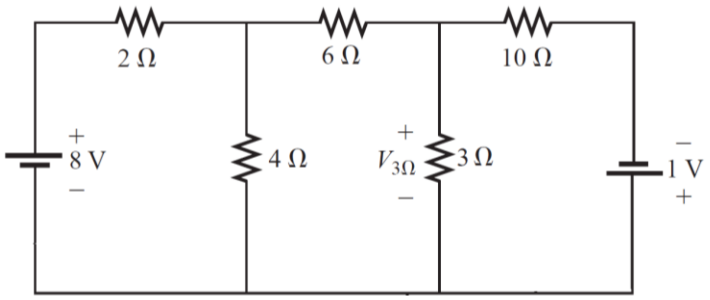
$$\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ -24 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = \frac{\begin{bmatrix} 48 & -1 \\ -24 & 3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}} = \frac{144 - 24}{21 - 1} = 6\,v \text{ ، } V_2 = \frac{\begin{bmatrix} 7 & 48 \\ -1 & -24 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}} = \frac{-168 + 48}{21 - 1} = -6\,v$$

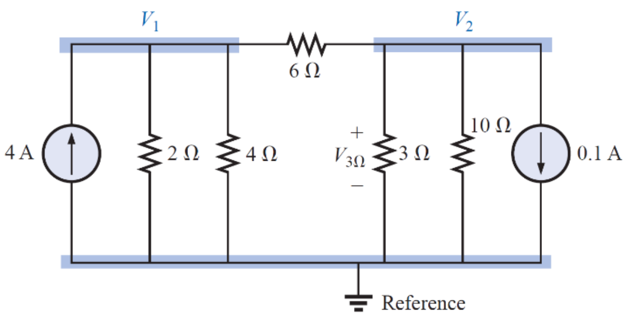
$$I_{R1} = I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{+6}{+2} = +\mathbf{3}\,\boldsymbol{A} \qquad I_{R2} = I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{-6}{+6} = -\mathbf{1}\,\boldsymbol{A}$$

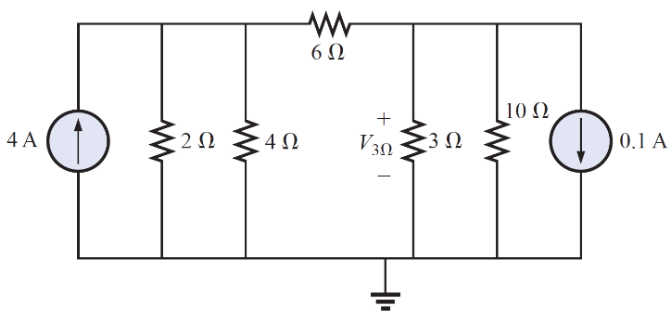
$$I_{R3} = I_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{6 - (-6)}{12} = \frac{12}{12} = \mathbf{1}\,\boldsymbol{A}$$

مثال: باستخدام طريقة التحليل العقدي، أوجد الجهد عبر المقاومة 6Ω للدائرة الموضحة.



نحول مصادر الفولتية الى مصادر تيار: $I_2 = \frac{1}{10} = 0.1\,A \downarrow$　　$I_1 = \frac{8}{2} = 4\,A \uparrow$





$$\text{Node1:}\quad \left(\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_2=+4\text{ A}$$

$$\text{Node2:}\quad \left(\frac{1}{10\,\Omega}+\frac{1}{3\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_2-\left(\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_1=-0.1\text{ A}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{11}{12}V_1-\frac{1}{6}V_2=4 \qquad -\frac{1}{6}V_1+\frac{3}{5}V_2=-0.1$$

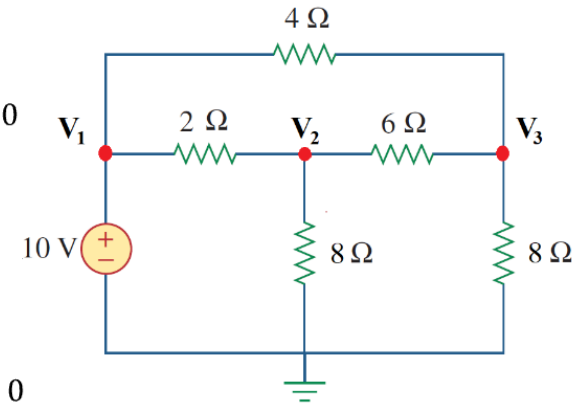
$$11V_1-\ 2V_2=+48$$
$$-5V_1+18V_2=-3$$

$$\begin{bmatrix}11 & -2\\ -5 & 18\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}48\\ -3\end{bmatrix}$$

$$V_1=\frac{\begin{bmatrix}48 & -2\\ -3 & 18\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}11 & -2\\ -5 & 18\end{bmatrix}}=\frac{864-6}{198-10}=4.564\ v\ ، \ V_2=\frac{\begin{bmatrix}11 & 48\\ -5 & -3\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}11 & -2\\ -5 & 18\end{bmatrix}}=\frac{-33+240}{198-10}=-1.1\ v$$

$$I_{6\Omega}=\frac{V_1-V_2}{6}=\frac{4.564+1.1}{6}=0.944\ A$$

نفترض الدائرة الموضحة ادناه نكتب المعادلات الخاصة بالعقد في الدائرة:



$$\text{Node1: } V_1=10\ v$$

$$\text{Node 2:}\quad \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}\right)V_2-\left(\frac{1}{2}\right)V_1-\left(\frac{1}{6}\right)V_3=0$$

$$\left(\frac{19}{24}\right)V_2-\left(\frac{1}{6}\right)V_3=5$$

$$19V_2-4V_3=120$$

$$\text{Node 3:}\quad \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)V_3-\left(\frac{1}{4}\right)V_1-\left(\frac{1}{6}\right)V_2=0$$

$$\left(\frac{13}{24}\right)V_3-\left(\frac{1}{6}\right)V_2=\frac{10}{4}$$

$$-4V_2+13V_3=60$$

$$\begin{bmatrix}19 & -4\\ -4 & 13\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\ V_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}120\\ 60\end{bmatrix}$$

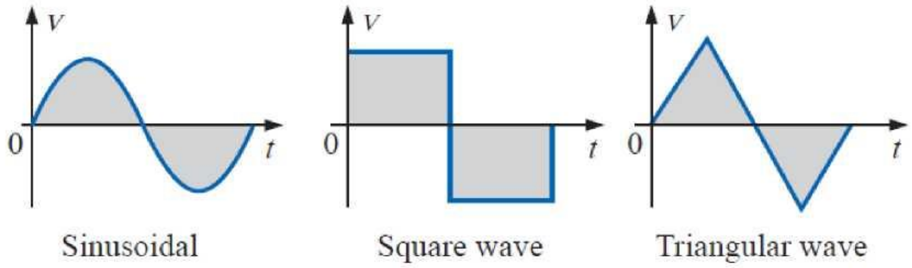
$$V_2=\frac{\begin{bmatrix}120 & -4\\ 60 & 13\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}19 & -4\\ -4 & 13\end{bmatrix}}=\frac{1560+240}{247-16}=7.792\ v$$

$$V_3=\frac{\begin{bmatrix}19 & 120\\ -4 & 60\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}19 & -4\\ -4 & 13\end{bmatrix}}=\frac{1140+480}{247-16}=7.013\ v$$

دوائر التيار المتناوب Alternating Current (AC) Circuits

الأشكال الموجية المتناوبة Alternating Waveforms

يشير المصطلح AC الى الفولتية المتناوبة أو التيار المتناوب. يشير مصطلح التناوب فقط إلى أن أشكال الموجات تتناوب بين مستويين محددين في تسلسل زمني محدد مثل الموجات الجيبية والمربعة والمثلثة.



الشكل الموجي (الموجة) Waveform: المسار الذي يتم تحديده بواسطة كمية ما، مثل الجهد او التيار المرسوم كدالة للزمن (كما هو مذكور أعلاه).

القيمة اللحظية Instantaneous value: مقدار شكل الموجة في أي لحظة من الزمن؛ يُشار إليه بأحرف صغيرة (e_1، e_2).

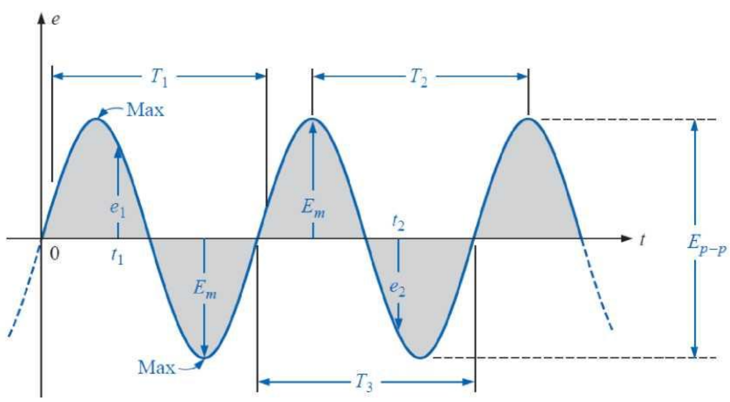
سعة الذروة Peak amplitude: القيمة القصوى لشكل الموجة كما يتم قياسها من القيمة المتوسطة، والتي يُشار إليها بأحرف كبيرة (مثل Em لمصادر الجهد).

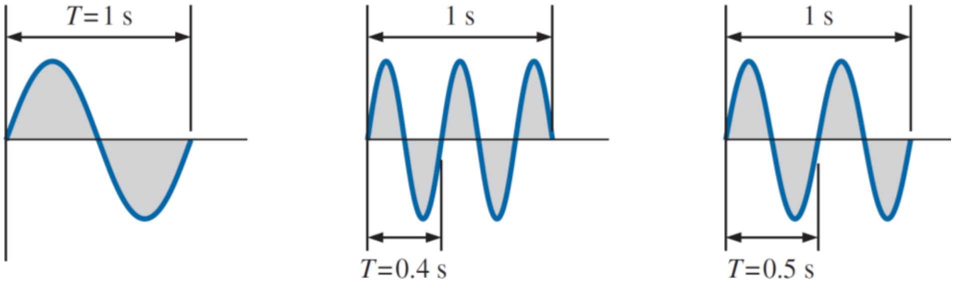
قيمة الذروة إلى الذروة Peak-to-peak value: يُشار إليها بواسطة $E_{p\text{-}p}$ أو $V_{p\text{-}p}$ بالجهد الكامل بين القمم الموجبة والسالبة لشكل الموجة، أي مجموع القمم الموجبة والسالبة.

الدورة Cycle: جزء من الشكل الموجي الموجود في فترة زمنية واحدة.

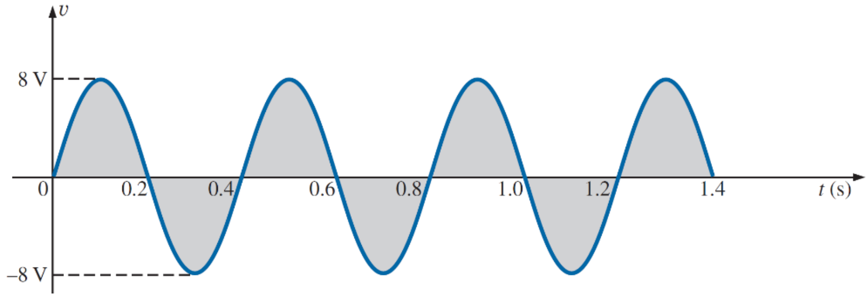
التردد Frequency (f): عدد الدورات التي تحدث خلال ثانية واحدة. وحدة قياس التردد هي الهرتز (Hz).

$$\boxed{1 \text{ hertz (Hz)} = 1 \text{ cycle per second (cps)}} \qquad \boxed{f = \frac{1}{T}} \qquad \begin{aligned} f &= \text{Hz} \\ T &= \text{seconds (s)} \end{aligned}$$





مثال: بالنسبة لشكل الموجة الجيبية في الشكل الموضح ادناه.



a. ما هي قيمة الذروة؟ $Vp = 8v$

b. ما القيمة اللحظية عند 0.3 s و 0.6 s ؟ $at\ t = 0.3s\ \rightarrow e = 8v, at\ 0.6s \rightarrow\ e = 0v$

c. ما هي قيمة الذروة إلى الذروة لشكل الموجة؟ $Vp - p = 8 - (-8) = 16v$

d. ما هي فترة الشكل الموجي؟ $T = 0.4\ s$

e. كم عدد الدورات؟ $3.5\ cycles$

f. ما هو تردد الشكل الموجي؟ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4} = 2.5\ Hz$

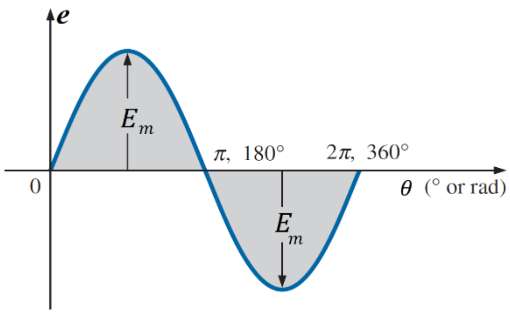
الموجة الجيبية The Sine Wave: شكل الموجة الجيبية هو شكل الموجة المتناوبة الوحيد الذي لا يتأثر شكله بخصائص استجابة العناصر R و L و C. بمعنى آخر، إذا كان الجهد عبر (أو التيار خلال) المقاومة أو الملف أو المكثف ذو طبيعة جيبية، فإن التيار الناتج (أو الجهد) لكل منهما سيكون له أيضًا خصائص جيبية.

$$e = E_m \sin(\theta)$$

$$e = E_m \sin(\omega t)$$

$$e = E_m \sin(2\pi f t)$$

$$e = E_m \sin(\frac{2\pi}{T} t)$$

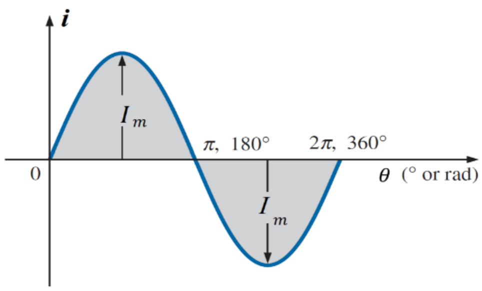


$$i = I_m \sin(\theta)$$

$$i = I_m \sin(\omega t)$$

$$i = I_m \sin(2\pi f t)$$

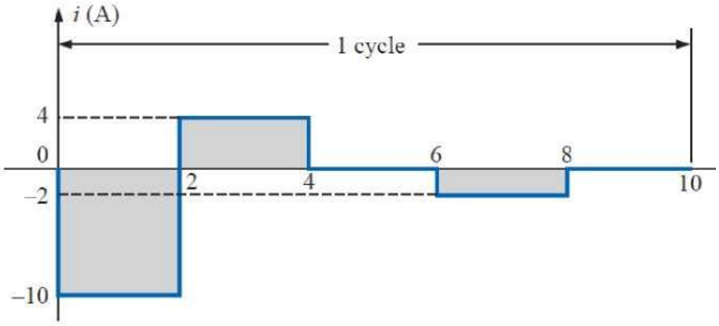
$$i = I_m \sin(\frac{2\pi}{T} t)$$

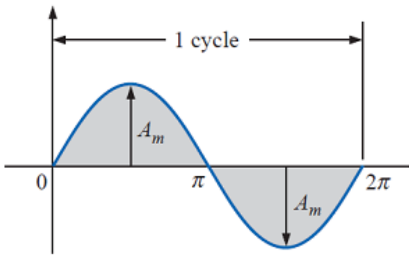


القيمة المتوسطة Average Value (Mean) لشكل الموجة المتناوبة هي القيمة المكافئة (DC) خلال دورة كاملة. بشكل عام يتم إعطاء القيمة المتوسطة لشكل الموجة على النحو التالي:

$$G\,(\text{average value}) = \frac{\text{algebraic sum of areas}}{\text{length of curve}}$$

مثال: جد القيمة المتوسطة للموجات الموضحة بالشكل ادناه





$$i_{av} = \frac{-10*2+4*2+0+(-2*2)+0}{10} = -1.6\ A$$

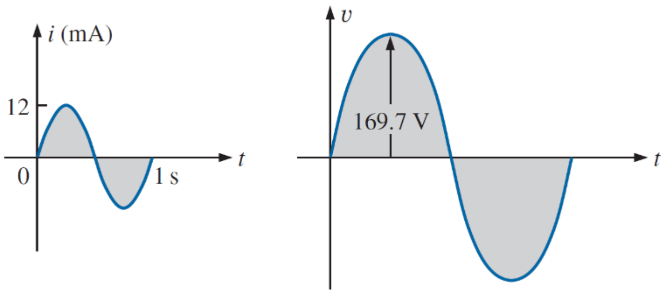
$$v_{av} = \frac{\int_0^{2\pi} A_m sint dt}{2\pi} = \frac{-A_m[cost]_0^{2\pi}}{2\pi} = \frac{-A_m(1-1)}{2\pi} = 0\ v$$

القيم الفعالة Effective Values (RMS)

$$E_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}}E_m = 0.707E_m \qquad I_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}}I_m = 0.707I_m$$

مثال: أوجد القيم الفعالة rms للأشكال الموجية الجيبية ادناه.

$$I_{rms} = 0.707\ I_m = 0.707\ (12 \times 10^{-3})$$
$$= \mathbf{8.48\ mA}$$
$$V_{rms} = 0.707\ V_m = 0.707\ (169.7)$$
$$\cong \mathbf{120\ V}$$



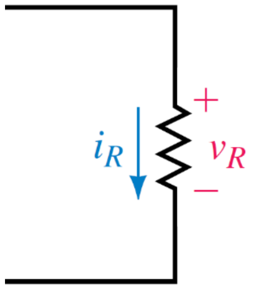
(a) (b)

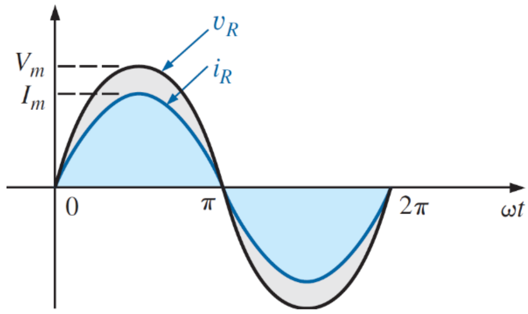
استجابة العناصر الأساسية R، L، C للجهد الجيبي أو التيار

(1) **المقاومة Resistance (R):** الجهد (الفولتية) والتيار في المقاومة يكونان في الطور نفسه.

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_m \sin \omega t}{R} = \frac{V_m}{R}\sin \omega t = \boxed{I_m \sin \omega t} \qquad \boxed{I_m = \frac{V_m}{R}}$$

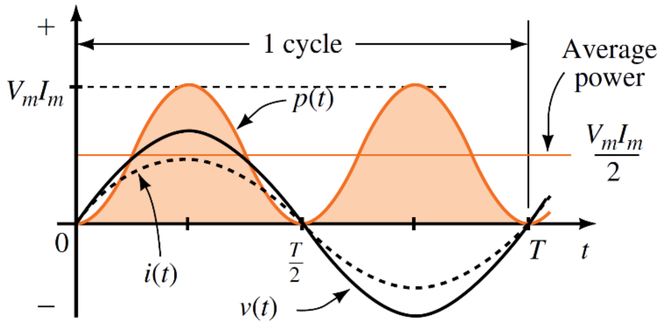
$$v = iR = (I_m \sin \omega t)R = I_m R \sin \omega t = \boxed{V_m \sin \omega t} \qquad \boxed{V_m = I_m R}$$





$$P = \frac{V_m I_m}{2} = V_{rms} I_{rms} \quad (W)$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R \quad (W)$$



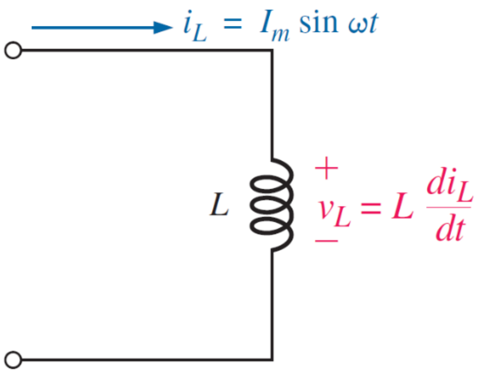
عامل القدرة power factor هو جيب تمام زاوية فرق الطور بين الجهد والتيار.

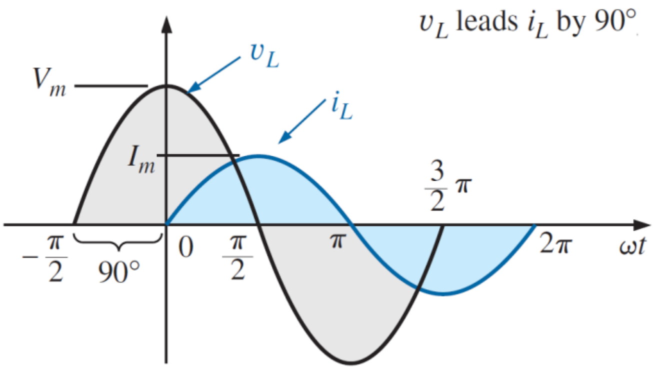
$$\text{Power factor} = F_p = \cos\theta$$

$$F_p = \cos\theta = \cos 0^o = 1$$

(2) الملف Inductor (L)

بالنسبة للملف، يتقدم v_L على i_L بمقدار 90 درجة، أو يتأخر i_L عن v_L بمقدار 90 درجة اي هناك فرق طور 90 درجة بين موجة الفولتية وموجة التيار.





$$\boldsymbol{i_L = I_m \sin \omega t}$$

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = L\frac{d}{dt}(I_m \sin \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t = V_m \cos \omega t$$

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90°),$$

$$v_L = V_m \sin(\omega t + 90°) \qquad V_m = \omega L I_m \qquad \frac{V_m}{I_m} = \omega L$$

يتم تعريف هذه النسبة على أنها المفاعلة (الرادة) الحثية للملف ويرمز لها بالرمز X_L وتقاس بـ (اوم Ω).

$$X_L = \frac{V_m}{I_m} \quad (\Omega) \qquad X_L = \omega L \quad (\Omega) \qquad \boldsymbol{X_L = 2\pi f L} \quad (\Omega)$$

متوسط القدرة أو القدرة التي يبددها الملف المثالي (لا توجد مقاومة مرتبطة) هي صفر واط.

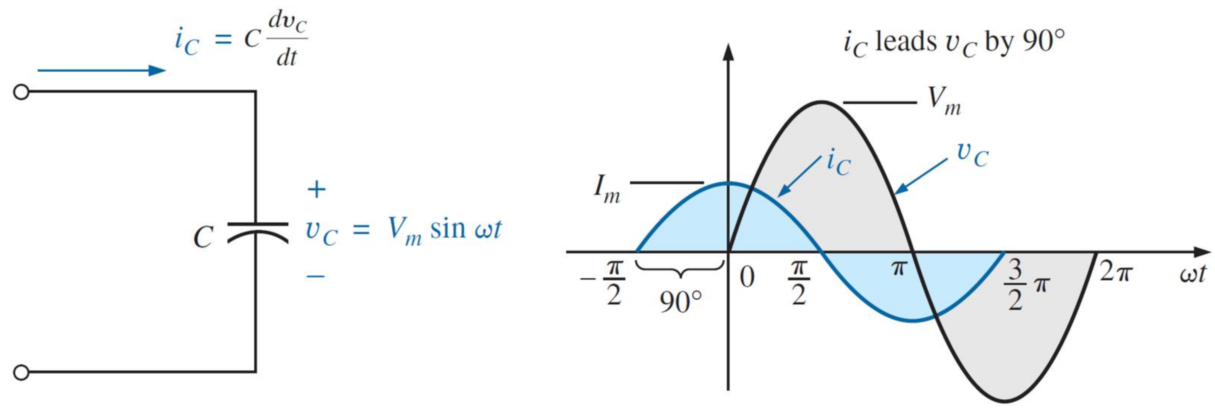
$$\boldsymbol{P_L = \frac{V_m I_m}{2} \cos\theta}$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos 90° = \frac{V_m I_m}{2}(0) = \mathbf{0\ W}$$

$$F_p = \cos\theta = \cos \mathbf{90^o} = \mathbf{0}$$

(3) المتسعة (C) Capacitor

بالنسبة للمتسعة، i_C يتقدم على v_C بمقدار 90 درجة، أو يتأخر v_C عن i_C بمقدار 90 درجة.



$$\boldsymbol{v_C = V_m \sin \omega t}$$

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = C\frac{d}{dt}(V_m \sin \omega t) = \omega C V_m \cos \omega t = I_m \cos \omega t$$

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90°),$$

$$I_m = \omega C V_m$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 90°)$$

$$\frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}$$

تُعرف هذه النسبة بالمفاعلة (الرادة) السعوية ويرمز لها بالرمز X_C وتقاس بـ (اوم Ω).

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (\Omega)$$

$$\boldsymbol{X_C = \frac{1}{2\pi f C}} \quad (\Omega)$$

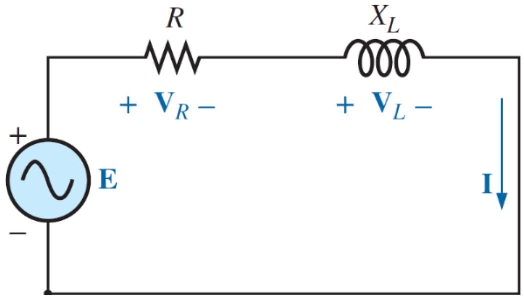
متوسط القدرة أو القدرة التي يبددها المتسعة المثالية (لا توجد مقاومة مرتبطة بها) هو صفر واط.

$$\boldsymbol{P_C = \frac{V_m I_m}{2} \cos\theta}$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos 90° = \frac{V_m I_m}{2}(0) = \mathbf{0\ W}$$

$$F_p = \cos\theta = \cos \mathbf{90^o} = \mathbf{0}$$

دائرة تيار متناوب تحتوي مقاومة وملف على التوالي Series R-L Circuit



$$Z_R = R\angle 0$$

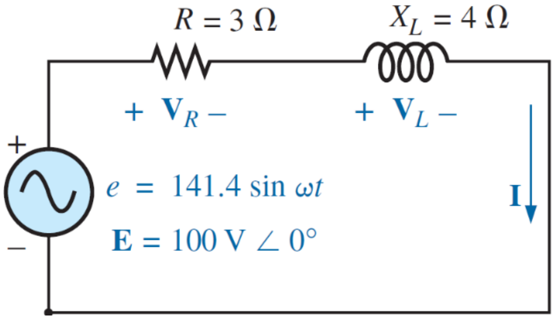
$$Z_L = X_L\angle 90 = jX_L$$

$$Z = R + jX_L = |Z|\angle\theta$$

$$i = \frac{E}{Z}$$

$$v_R = i\,R \quad and \quad v_L = i\,X_L \qquad \rightarrow E = v_R + v_L$$

مثال: جد ممانعة الدائرة ثم احسب I، V_R،V_L ، عامل القدرة ، القدرة الكلية ، ارسم مخطط الممانعة.



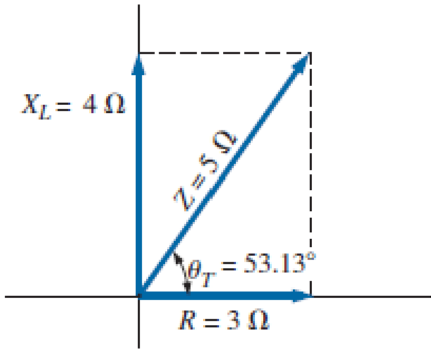
$$Z = R + jX_L = 3 + j4 = 5\angle 53.13\ \Omega$$

$$E = \frac{141.4}{\sqrt{2}} = 100\angle 0\ v$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{100\angle 0}{5\angle 53.13} = 20\angle -53.13\ A$$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}\mathbf{Z}_R = (20\ \text{A}\ \angle -53.13^\circ)(3\ \Omega\ \angle 0^\circ) = \mathbf{60\ V\ \angle -53.13^\circ}$$

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}\mathbf{Z}_L = (20\ \text{A}\ \angle -53.13^\circ)(4\ \Omega\ \angle 90^\circ) = \mathbf{80\ V\ \angle 36.87^\circ}$$



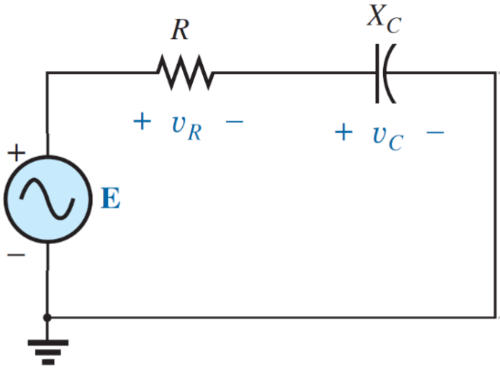
$$F_p = cos\theta = cos53.13 = 0.6\ lagging$$

$$OR\ \ F_p = \frac{R}{Z} = \frac{3}{5} = 0.6\ lagging$$

$$P_T = E\ I\cos\theta = 100 * 20 * cos53.13 = 1200\ W$$

$$\text{OR}\quad P_T = I^2R = 20^2 * 3 = 1200\ W$$

دائرة تيار متناوب تحتوي مقاومة ومتسعة على التوالي Series R-C Circuit



$$Z_R = R\angle 0$$

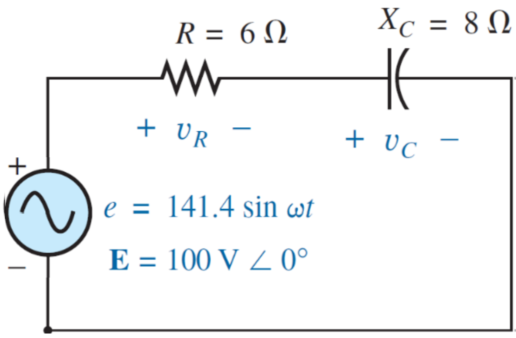
$$Z_C = X_C\angle -90 = -jX_C$$

$$Z = R - jX_C = |Z|\angle\theta$$

$$i = \frac{E}{Z}$$

$$v_R = i\,R \quad and \quad v_C = i\,X_C \qquad \rightarrow E = v_R + v_C$$

مثال: جد ممانعة الدائرة ثم احسب I، V_R، V_C ، عامل القدرة ، القدرة الكلية ، ارسم مخطط الممانعة.



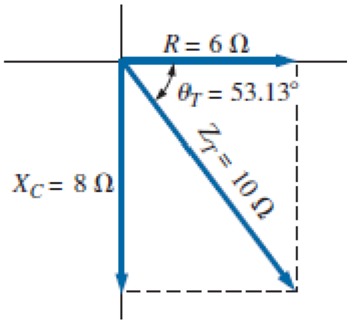
$$Z = R - jX_C = 6 - j8 = 10\angle -53.13\ \Omega$$

$$E = \frac{141.4}{\sqrt{2}} = 100\angle 0\ v$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{100\angle 0}{10\angle -53.13} = 10\angle 53.13\ A$$

$$v_R = i\ R = 10\angle 53.13 * 6 = 60\angle 53.13\ v$$

$$v_C = i\ X_C = 10\angle 53.13 * 8\angle -90 = 80\angle -36.87\ v$$



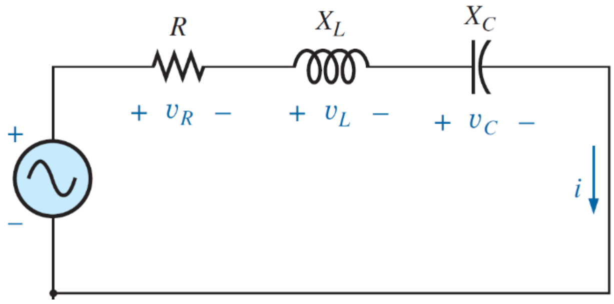
$$F_p = cos\theta = \cos(-53.13) = 0.6\ \ OR\ \ F_p = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10}$$

$$= 0.6\ leading$$

$$P_T = E\ I\cos\theta = 100 * 10 * \cos(-53.13) = 600\ W$$

$$\text{OR}\quad P_T = I^2R = 10^2 * 6 = 600\ W$$

دائرة تيار متناوب تحتوي مقاومة وملف ومتسعة على التوالي Series R-L-C Circuit



$$Z_R = R\angle 0$$

$$Z_L = X_L\angle 90 = jX_L$$

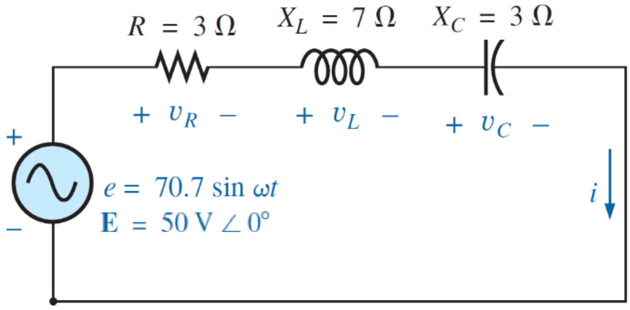
$$Z_C = X_C\angle -90 = -jX_C$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = |Z|\angle\theta$$

$$i = \frac{E}{Z}$$

$$v_R = i\ R\ \ , v_L = i\ X_L\ and\ \ v_C = i\ X_C \rightarrow E = v_R + v_L + v_C$$

مثال: جد ممانعة الدائرة ثم احسب I، V_R، V_C، V_L، عامل القدرة ، القدرة الكلية ، ارسم مخطط الممانعة.



$$Z = 3 + j(7 - 3) = 5\angle 53.13\ \Omega$$

$$E = \frac{70.7}{\sqrt{2}} = 50\angle 0\ v$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{50\angle 0}{5\angle 53.13} = 10\angle -53.13\ A$$

$$v_R = i\ R = 10\angle -53.13 * 3\angle 0 = 30\angle -53.13\ v$$

$$v_C = i\ X_C = 10\angle -53.13 * 3\angle -90 = 30\angle -143.13\ v$$

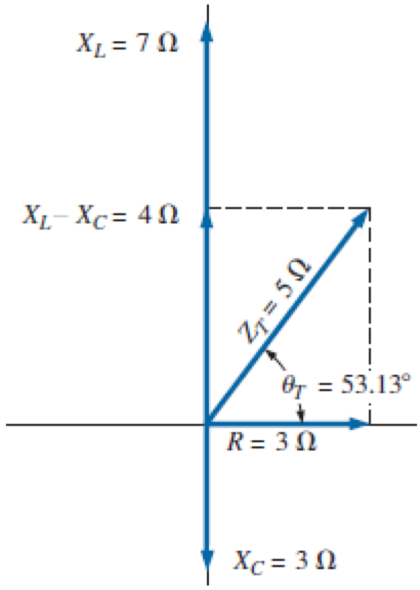
$$v_L = i\ X_L = 10\angle -53.13 * 7\angle 90 = 70\angle 36.87\ v$$

$$F_p = cos\theta = \cos(53.13) = 0.6\ lagging$$

$$OR \quad F_p = \frac{R}{Z} = \frac{3}{5} = 0.6\ lagging$$

$$P_T = E\ I\cos\theta = 50 * 10 * \cos(53.13) = 300\ W$$

$$\text{OR} \quad P_T = I^2R = 10^2 * 3 = 300\ W$$

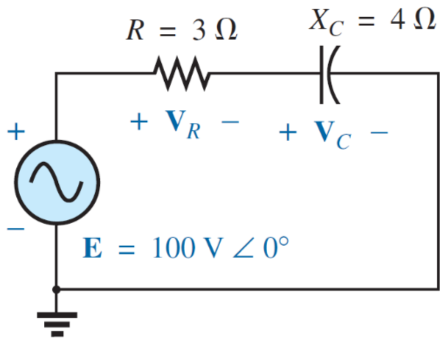


قاعدة تقسيم الفولتية Voltage Divider Rule

إن الصيغة الأساسية لقاعدة مقسم الجهد في دوائر التيار المتناوب هي تمامًا نفسها في دوائر التيار المستمر:

$$\boxed{\mathbf{V}_x = \frac{\mathbf{Z}_x\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T}}$$

مثال: باستخدام قاعدة مقسم الجهد، أوجد الجهد عبر كل عنصر من عناصر الدائرة في الشكل الموضح.



$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_R} = \frac{(4\ \Omega \angle -90°)(100\ \text{V} \angle 0°)}{4\ \Omega \angle -90° + 3\ \Omega \angle 0°}$$

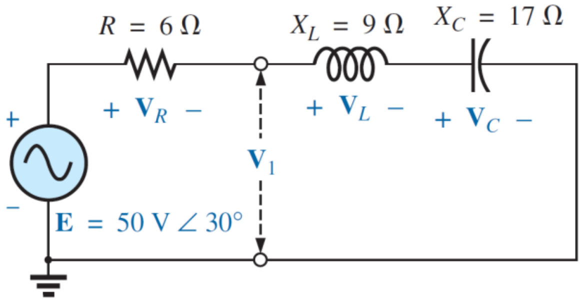
$$= \frac{400 \angle -90°}{3 - j4} = \frac{400 \angle -90°}{5 \angle -53.13°}$$

$$= \mathbf{80\ V \angle\ -36.87°}$$

$$\mathbf{V}_R = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_R} = \frac{(3\ \Omega \angle 0°)(100\ \text{V} \angle 0°)}{5\ \Omega \angle -53.13°}$$

$$= \frac{300 \angle 0°}{5 \angle -53.13°} = \mathbf{60\ V \angle\ +53.13°}$$

مثال: باستخدام قاعدة مقسم الجهد، أوجد الفولتيات المجهولة V_R، V_L، V_C، V_1 للدائرة في الشكل الموضح.



$$\mathbf{V}_R = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C}$$

$$= \frac{(6\ \Omega \angle 0°)(50\ \text{V} \angle 30°)}{6\ \Omega \angle 0° + 9\ \Omega \angle 90° + 17\ \Omega \angle -90°}$$

$$= \frac{300 \angle 30°}{6 + j\,9 - j\,17} = \frac{300 \angle 30°}{6 - j\,8}$$

$$= \frac{300 \angle 30°}{10 \angle -53.13°} = \mathbf{30\ V \angle 83.13°}$$

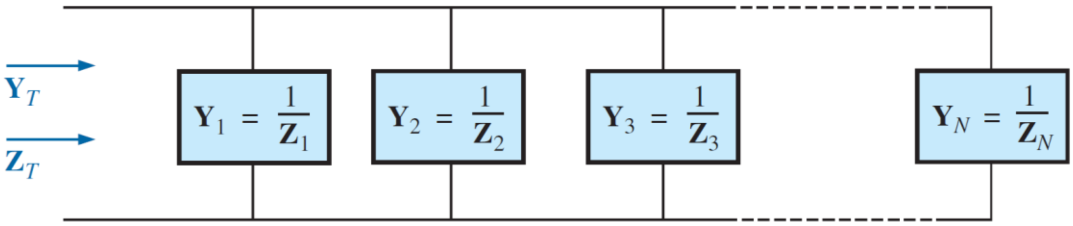
$$\mathbf{V}_L = \frac{\mathbf{Z}_L\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(9\ \Omega\ \angle 90°)(50\ \text{V}\ \angle 30°)}{10\ \Omega\ \angle -53.13°} = \frac{450\ \text{V}\ \angle 120°}{10\ \angle -53.13°} = \mathbf{45\ V\angle 173.13°}$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(17\ \Omega\ \angle -90°)(50\ \text{V}\ \angle 30°)}{10\ \Omega\ \angle -53.13°} = \frac{850\ \text{V}\ \angle -60°}{10\ \angle -53°} = \mathbf{85\ V\ \angle\ -6.87°}$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{(\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C)\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(9\ \Omega\ \angle 90° + 17\ \Omega\ \angle -90°)(50\ \text{V}\ \angle 30°)}{10\ \Omega\ \angle -53.13°} = \frac{(8\ \angle -90°)(50\ \angle 30°)}{10\ \angle -53.13°}$$

$$= \frac{400\ \angle -60°}{10\ \angle -53.13°} = \mathbf{40\ V\ \angle -6.87°}$$

دوائر التيار المتناوب المتوازية الربط Parallel AC Circuits

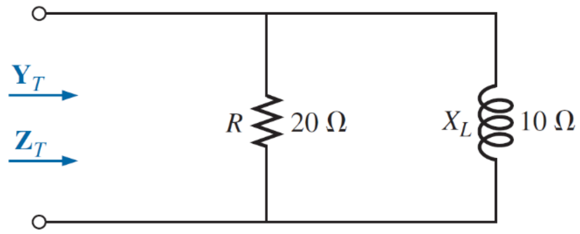


$$\boxed{\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \cdots + \mathbf{Y}_N}$$

or, since $\mathbf{Z} = 1/\mathbf{Y}$,

$$\boxed{\frac{1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \cdots + \frac{1}{\mathbf{Z}_N}}$$

مثال: للدائرة في الشكل الموضح: (a.) حساب ممانعة الدائرة، (b.) حساب Y كل فرع، (c.) احسب Y_T

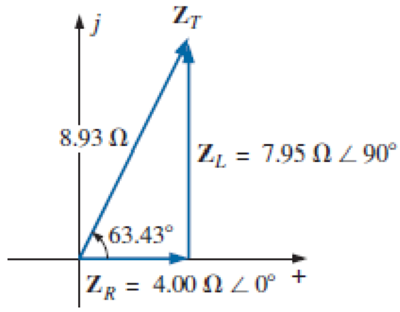


a. $$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L}$$

$$= \frac{(20\ \Omega\ \angle 0°)(10\ \Omega\ \angle 90°)}{20\ \Omega + j\ 10\ \Omega}$$

$$= \frac{200\ \Omega\ \angle 90°}{22.361\ \angle 26.57°}$$

$$= \mathbf{8.93\ \Omega\ \angle 63.43° = 4.00\ \Omega + j\ 7.95\ \Omega}$$

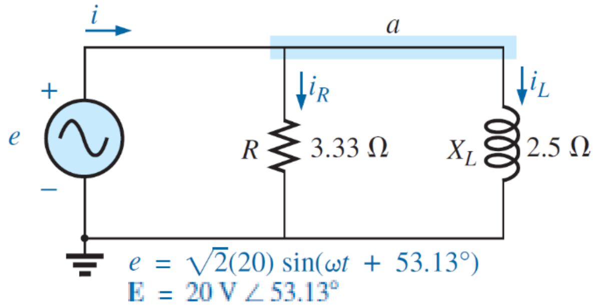


b. $$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{R}\angle 0° = \frac{1}{20\ \Omega}\angle 0° = \mathbf{0.05\ S\ \angle 0°}$$

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{X_L}\angle -90° = \frac{1}{10\ \Omega}\angle -90° = \mathbf{0.1\ S\ \angle -90°}$$

c. $$Y_T = \frac{1}{Z_T} = \frac{1}{8.93\angle 63.43} = 0.112\angle -63.43 = 0.05 - j0.1\ S$$

مثال: احسب Y_T، Z_T والتيار في كل فرع للدائرة في الشكل الموضح ثم احسب القدرة الكلية وعامل القدرة.



$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L$$
$$= \frac{1}{3.33\ \Omega}\angle 0° + \frac{1}{2.5\ \Omega}\angle -90°$$
$$= 0.3\text{ S} - j\,0.4\text{ S} = \mathbf{0.5\ S\ \angle -53.13°}$$
$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0.5\text{ S}\angle -53.13°} = \mathbf{2\ \Omega\ \angle 53.13°}$$
$$\mathbf{I}_R = \frac{E\angle\theta}{R\angle 0°} = (20\text{ V}\angle 53.13°)(0.3\text{ S}\angle 0°) = \mathbf{6\ A\ \angle 53.13°}$$
$$\mathbf{I}_L = \frac{E\angle\theta}{X_L\angle 90°} = (20\text{ V}\angle 53.13°)(0.4\text{ S}\angle -90°) = \mathbf{8\ A\ \angle -36.87°}$$
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \mathbf{E}\mathbf{Y}_T = (20\text{ V}\angle 53.13°)(0.5\text{ S}\angle -53.13°) = \mathbf{10\ A\ \angle 0°}$$

The total power in watts delivered to the circuit is

$$P_T = EI\cos\theta_T = (20\text{ V})(10\text{ A})\cos 53.13° = (200\text{ W})(0.6) = \mathbf{120\ W}$$

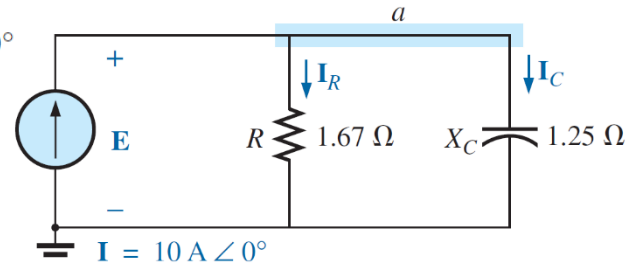
or $\quad P_T = I^2R = \dfrac{V_R^2}{R} = V_R^2\,G = (20\text{ V})^2(0.3\text{ S}) = \mathbf{120\ W}$

or $\quad P_T = P_R + P_L = EI_R\cos\theta_R + EI_L\cos\theta_L$
$$= (20\text{ V})(6\text{ A})\cos 0° + (20\text{ V})(8\text{ A})\cos 90° = 120\text{ W} + 0$$
$$= \mathbf{120\ W}$$

The power factor of the circuit is

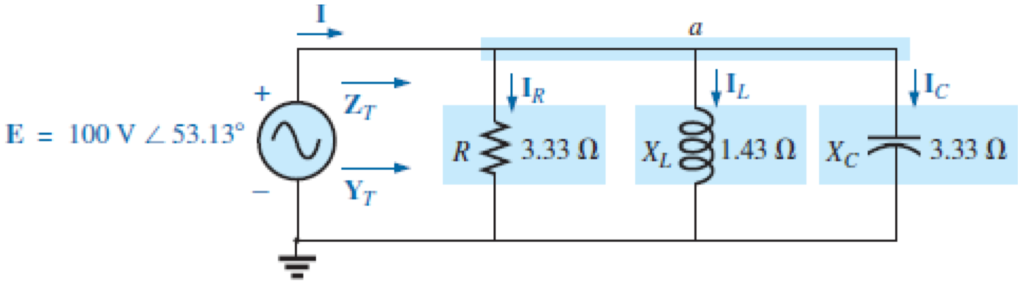
$$F_p = \cos\theta_T = \cos 53.13° = \mathbf{0.6\ lagging}$$

مثال: احسب Y_T ، Z_T ، E ،والتيار في كل فرع للدائرة في الشكل ثم احسب القدرة الكلية وعامل القدرة.



$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_C = \frac{1}{1.67\ \Omega}\angle 0° + \frac{1}{1.25\ \Omega}\angle 90°$$
$$= 0.6\text{ S} + j\,0.8\text{ S} = \mathbf{1.0\ S\ \angle 53.13°}$$
$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{1.0\text{ S}\angle 53.13°} = \mathbf{1\ \Omega\ \angle -53.13°}$$
$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} = \frac{(1.67\ \Omega\angle 0°)(1.25\ \Omega\angle -90°)}{1.67\ \Omega\angle 0° + 1.25\ \Omega\angle -90°}$$
$$= \frac{2.09\angle -90°}{2.09\angle -36.81°} = \mathbf{1\ \Omega\ \angle -53.19°}$$
$$\mathbf{E} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_T = (10\text{ A}\angle 0°)(1\ \Omega\angle -53.19°) = \mathbf{10\ V\ \angle -53.19°}$$
$$\mathbf{I}_R = (10\text{ V}\angle -53.13°)(0.6\text{ S}\angle 0°) = \mathbf{6\ A\ \angle -53.13°}$$
$$\mathbf{I}_C = (10\text{ V}\angle -53.13°)(0.8\text{ S}\angle 90°) = \mathbf{8\ A\ \angle 36.87°}$$
$$P_T = EI\cos\theta = (10\text{ V})(10\text{ A})\cos 53.13° = (10)^2(0.6)$$
$$= \mathbf{60\ W}$$
$$F_p = \cos 53.13° = \mathbf{0.6\ leading}$$

مثال: احسب Y_T ، Z_T ، E ،والتيار في كل فرع للدائرة في الشكل ثم احسب القدرة الكلية وعامل القدرة.



$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L + \mathbf{Y}_C = \frac{1}{3.33\ \Omega}\angle 0^\circ + \frac{1}{1.43\ \Omega}\angle -90^\circ + \frac{1}{3.33\ \Omega}\angle 90^\circ$$

$$= 0.3\ \text{S} - j\,0.7\ \text{S} + j\,0.3\ \text{S} = \mathbf{0.5\ S\ \angle -53.13^\circ}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0.5\ \text{S}\ \angle -53.13^\circ} = \mathbf{2\ \Omega\ \angle 53.13^\circ}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\ \text{V}\ \angle 53.13^\circ}{2\ \Omega\ \angle 53.13^\circ} = \mathbf{50\ A\ \angle 0^\circ}$$

$$\mathbf{I}_R = (100\ \text{V}\ \angle 53.13^\circ)(0.3\ \text{S}\ \angle 0^\circ) = \mathbf{30\ A\ \angle 53.13^\circ}$$

$$\mathbf{I}_L = (100\ \text{V}\ \angle 53.13^\circ)(0.7\ \text{S}\ \angle -90^\circ) = \mathbf{70\ A\ \angle -36.87^\circ}$$

$$\mathbf{I}_C = (100\ \text{V}\ \angle 53.13^\circ)(0.3\ \text{S}\ \angle +90^\circ) = \mathbf{30\ A\ \angle 143.13^\circ}$$

$$P_T = EI\cos\theta = (100\ \text{V})(50\ \text{A})\cos 53.13^\circ = (5000)(0.6)$$
$$= \mathbf{3000\ W}$$

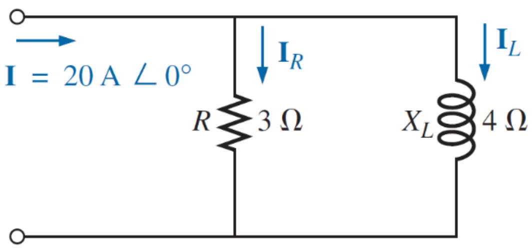
$$F_p = \cos\theta_T = \cos 53.13^\circ = \mathbf{0.6\ lagging}$$

قاعدة تقسيم التيار (CDR)

قاعدة تقسيم التيار في دوائر التيار المتناوب هي نفسها المستخدمة في دوائر التيار المستمر.

$$\boxed{\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \quad \text{or} \quad \mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}}$$

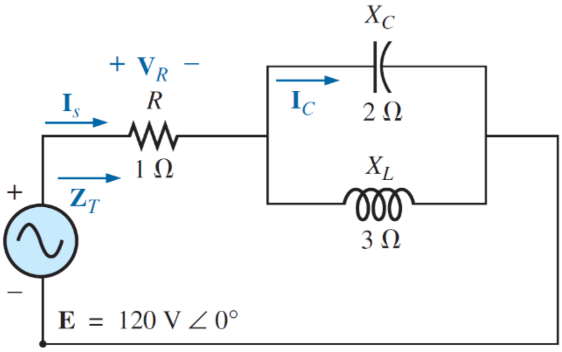
مثال: باستخدام قاعدة تقسيم التيار، أوجد التيار خلال كل ممانعة في الشكل.



$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{Z}_L\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L} = \frac{(4\ \Omega\ \angle 90^\circ)(20\ \text{A}\ \angle 0^\circ)}{3\ \Omega\ \angle 0^\circ + 4\ \Omega\ \angle 90^\circ} = \frac{80\ \text{A}\ \angle 90^\circ}{5\ \angle 53.13^\circ}$$
$$= \mathbf{16\ A\ \angle 36.87^\circ}$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L} = \frac{(3\ \Omega\ \angle 0^\circ)(20\ \text{A}\ \angle 0^\circ)}{5\ \Omega\ \angle 53.13^\circ} = \frac{60\ \text{A}\ \angle 0^\circ}{5\ \angle 53.13^\circ}$$
$$= \mathbf{12\ A\ \angle -53.13^\circ}$$

مثال: للدائرة في الشكل الموضح أدناه احسب Z_T، I_s، V_R، V_C، V_L، I_C، القدرة المجهزة وعامل القدرة.



$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$

$$\mathbf{Z}_1 = R\ \angle 0° = 1\ \Omega\ \angle 0°$$

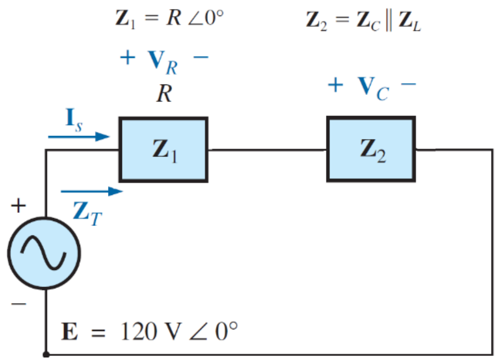
$$\mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_C \parallel \mathbf{Z}_L = \frac{(X_C\ \angle -90°)(X_L\ \angle 90°)}{-j\,X_C + j\,X_L}$$

$$= \frac{(2\ \Omega\ \angle -90°)(3\ \Omega\ \angle 90°)}{-j\,2\ \Omega + j\,3\ \Omega}$$

$$= \frac{6\ \Omega\ \angle 0°}{j\,1} = \frac{6\ \Omega\ \angle 0°}{1\ \angle 90°} = 6\ \Omega\ \angle -90°$$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 1\ \Omega - j\,6\ \Omega$$

$$= \mathbf{6.08\ \Omega\ \angle\ -80.54°}$$



$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{120\ \mathrm{V}\ \angle 0°}{6.08\ \Omega\ \angle -80.54°} = \mathbf{19.74\ A\ \angle 80.54°}$$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}_s\mathbf{Z}_1 = (19.74\ \mathrm{A}\ \angle 80.54°)(1\ \Omega\ \angle 0°) = \mathbf{19.74\ V\ \angle 80.54°}$$

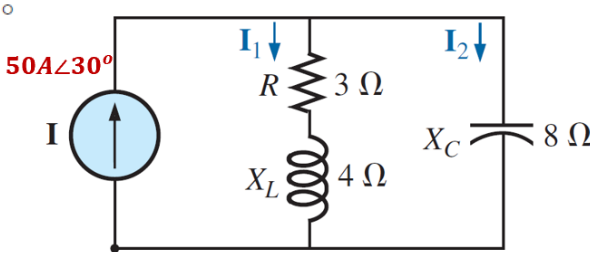
$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}_s\mathbf{Z}_2 = (19.74\ \mathrm{A}\ \angle 80.54°)(6\ \Omega\ \angle -90°) = \mathbf{118.44\ V\ \angle -9.46°}$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{Z}_C} = \frac{118.44\ \mathrm{V}\ \angle -9.46°}{2\ \Omega\ \angle -90°} = \mathbf{59.22\ A\ \angle 80.54°}$$

$$P_{\mathrm{del}} = I_s^2 R = (19.74\ \mathrm{A})^2(1\ \Omega) = \mathbf{389.67\ W}$$

$$F_p = \cos\theta = \cos 80.54° = \mathbf{0.164\ leading}$$

مثال: احسب I_1، I_2 باستخدام قاعدة تقسيم التيار ثم تحقق من قانون كيرشوف للتيار.



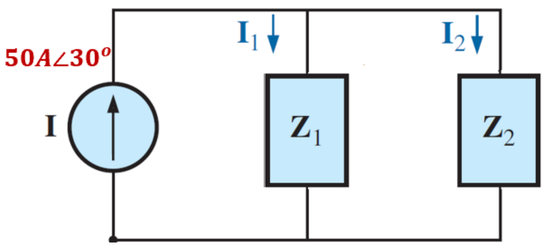
$$\mathbf{Z}_1 = R + j\,X_L = 3\ \Omega + j\,4\ \Omega = 5\ \Omega\ \angle 53.13°$$

$$\mathbf{Z}_2 = -j\,X_C = -j\,8\ \Omega = 8\ \Omega\ \angle -90°$$

Using the current divider rule yields

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} = \frac{(8\ \Omega\ \angle -90°)(50\ \mathrm{A}\ \angle 30°)}{(-j\,8\ \Omega) + (3\ \Omega + j\,4\ \Omega)}$$

$$= \frac{400\ \angle -60°}{3 - j\,4} = \frac{400\ \angle -60°}{5\ \angle -53.13°} = \mathbf{80\ A\ \angle -6.87°}$$

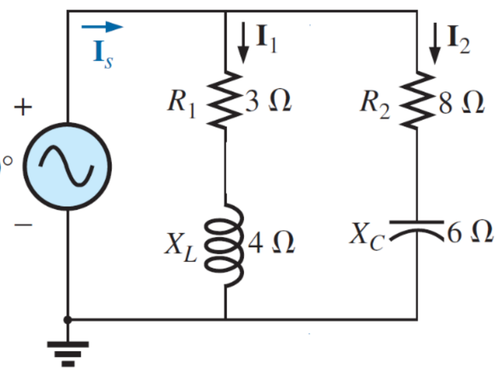


$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} = \frac{(5\ \Omega\ \angle 53.13°)(50\ \mathrm{A}\ \angle 30°)}{5\ \Omega\ \angle -53.13°}$$

$$= \frac{250\ \angle 83.13°}{5\ \angle -53.13°} = \mathbf{50\ A\ \angle 136.26°}$$

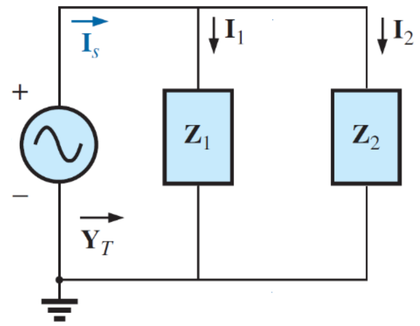
$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$
$$50\text{ A}\angle 30^\circ = 80\text{ A}\angle -6.87^\circ + 50\text{ A}\angle 136.26^\circ$$
$$= (79.43 - j\,9.57) + (-36.12 + j\,34.57)$$
$$= 43.31 + j\,25.0$$
$$50\text{ A}\angle 30^\circ = 50\text{ A}\angle 30^\circ$$

مثال: احسب Z_T، I_s، I_1، I_2



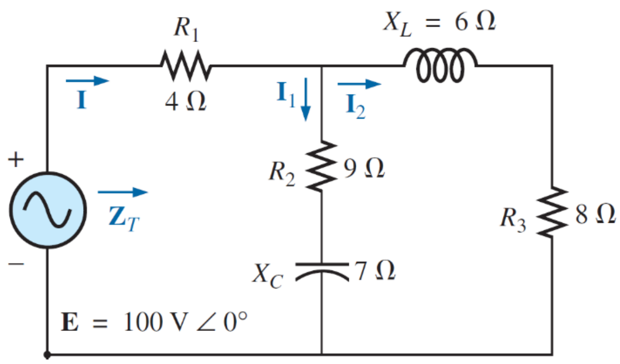
$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + j\,X_L$$
$$= 3\,\Omega + j\,4\,\Omega = 5\,\Omega\angle 53.13^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 - j\,X_C$$
$$= 8\,\Omega - j\,6\,\Omega = 10\,\Omega\angle -36.87^\circ$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(5\,\Omega\angle 53.13^\circ)(10\,\Omega\angle -36.87^\circ)}{(3\,\Omega + j\,4\,\Omega) + (8\,\Omega - j\,6\,\Omega)}$$
$$= \frac{50\,\Omega\angle 16.26^\circ}{11 - j\,2} = \frac{50\,\Omega\angle 16.26^\circ}{11.18\angle -10.30^\circ}$$
$$= \mathbf{4.472\,\Omega\angle 26.56^\circ}$$

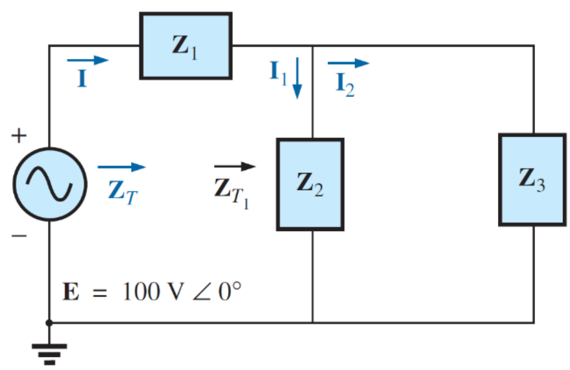


$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\text{ V}\angle 0^\circ}{4.472\,\Omega\angle 26.56^\circ} = \mathbf{22.36\text{ A}\angle -26.56^\circ}$$
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{100\text{ V}\angle 0^\circ}{5\,\Omega\angle 53.13^\circ} = \mathbf{20\text{ A}\angle -53.13^\circ}$$
$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{100\text{ V}\angle 0^\circ}{10\,\Omega\angle -36.87^\circ} = \mathbf{10\text{ A}\angle 36.87^\circ}$$

مثال: احسب Z_T، I، I_1، I_2 ، القدرة المجهزة للدائرة وعامل القدرة.



$$\mathbf{Z}_1 = R_1 = 4\,\Omega\angle 0^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 - j\,X_C = 9\,\Omega - j\,7\,\Omega$$
$$\mathbf{Z}_3 = R_3 + j\,X_L = 8\,\Omega + j\,6\,\Omega$$
$$\mathbf{Z}_2 = 11.40\,\Omega\angle -37.87^\circ$$
$$\mathbf{Z}_3 = 10\,\Omega\angle +36.87^\circ$$
$$\mathbf{Z}_{T_1} = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3}$$
$$= \frac{(11.4\,\Omega\angle -37.87^\circ)(10\,\Omega\angle 36.87^\circ)}{(9\,\Omega - j\,7\,\Omega) + (8\,\Omega + j\,6\,\Omega)}$$
$$= \frac{114\,\Omega\angle -1.00^\circ}{17.03\angle -3.37^\circ} = 6.69\,\Omega\angle 2.37^\circ$$
$$= 6.68\,\Omega + j\,0.28\,\Omega$$



$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{T_1}$$
$$= 4\ \Omega + 6.68\ \Omega + j\,0.28\ \Omega$$
$$= 10.68\ \Omega + j\,0.28\ \Omega = \mathbf{10.68\ \Omega\ \angle 1.5^\circ}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\ \text{V}\ \angle 0^\circ}{10.684\ \Omega\ \angle 1.5^\circ} = \mathbf{9.36\ A\ \angle -1.5^\circ}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(11.40\ \Omega\angle -37.87^\circ)(9.36\ \text{A}\angle -1.5^\circ)}{(9\ \Omega - j7\ \Omega) + (8\ \Omega + j6\ \Omega)}$$

$$= \frac{106.7\ \text{A}\angle -39.37^\circ}{17 - j1} = \frac{106.7\ \text{A}\angle -39.37^\circ}{17.03\angle -3.37^\circ}$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{6.27\ A\angle -36^\circ}$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I} - \mathbf{I}_2$$
$$= (9.36\ \text{A}\angle -1.5^\circ) - (6.27\ \text{A}\angle -36^\circ)$$
$$= (9.36\ \text{A} - j0.25\ \text{A}) - (5.07\ \text{A} - j3.69\ \text{A})$$

$$\mathbf{I}_1 = 4.29\ \text{A} + j3.44\ \text{A} = \mathbf{5.5\ A\angle 38.72^\circ}$$

$$F_p = cos\theta = \cos(1.5) = 0.99966$$

$$P_T = EI\cos\theta_T$$
$$= (100\ \text{V})(9.36\ \text{A})\cos 1.5^\circ$$
$$= (936)(0.99966)$$
$$P_T = \mathbf{935.68\ W}$$

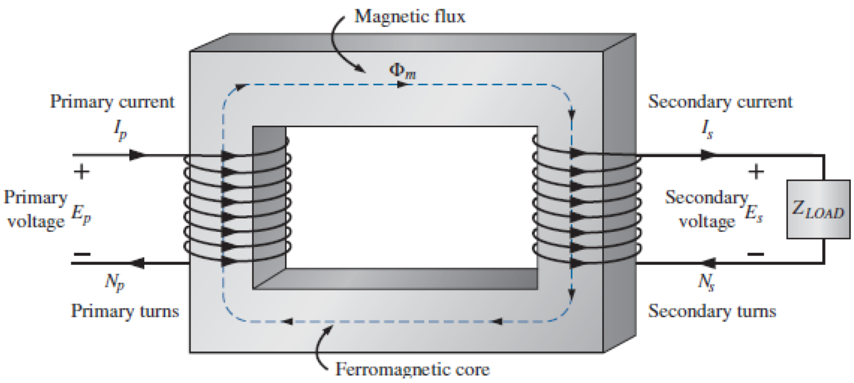
المحولات الكهربائية Transformers

الميزة الرئيسية للتيار المتناوب هو انه يمكن تحويله بسهولة من الجهد المنخفض إلى الجهد العالي أو من الجهد العالي إلى الجهد المنخفض. يمكن رفع أو خفض الفولتية المتناوبة في المراحل المختلفة للشبكة الكهربائية مثل التوليد والنقل والتوزيع والاستخدام. وهذا ممكن باستخدام جهاز ثابت يسمى المحول. يعمل المحول على مبدأ الحث المتبادل حيث تنتقل الطاقة الكهربائية من دائرة إلى أخرى (مع التغيير المطلوب في الجهد والتيار، دون أي تغيير في التردد) عندما لا يكون هناك اتصال كهربائي بين الدائرتين.

مبدأ العمل

ينص مبدأ الحث المتبادل على أنه عندما يتم اقتران ملفين حثيًا، وإذا تغير التيار في ملف واحد، فإن القوة الدافعة الكهربائية (e.m.f.) تتولد في الملف الآخر فيمر تيار في الملف عندما يتم توفير مسار مغلق له.

يعمل المحول على نفس المبدأ، يتكون من ملفين حثيين (لهما محاثة متبادلة عالية) منفصلان كهربائيًا ولكنهما مرتبطان من خلال دائرة مغناطيسية مشتركة كما موضح في الشكل.



عندما يتم إثارة الملف الابتدائي بجهد متناوب، يتولد تيار متناوب منتجًا فيضا مغناطيسيا Φ. يحتوي الملف الابتدائي على عدد N_p من اللفات. يؤدي الفيض المغناطيسي المتناوب Φ المرتبط بالملف الابتدائي إلى إحداث قوة دافعة كهربائية E_p. يرتبط الفيض المغناطيسي بالملف الثانوي من خلال القلب المغناطيسي المشترك وتتولد القوة الدافعة الكهربائية المحتثة E_s في الملف الثانوي حسب مبدأ الحث.

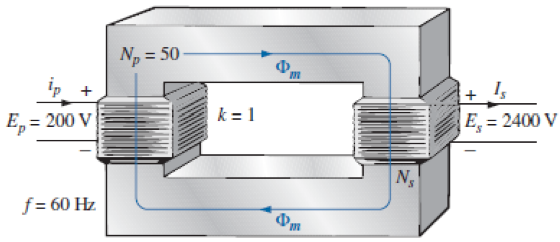
$$E_p = 4.44f\,\Phi_m\,N_p \quad ....(1)$$

$$E_s = 4.44f\,\Phi_m\,N_s \quad ....(2)$$

نقسم معادلة 1 على معادلة 2:

$$\frac{E_p = 4.44f\,\Phi_m\,N_p}{E_s = 4.44f\,\Phi_m\,N_s} \rightarrow \boldsymbol{\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}}$$

مثال: بالنسبة للمحول في الشكل ادناه احسب Φ_m ثم احسب عدد لفات الملف الثانوي



$$E_p = 4.44 N_p f \Phi_m$$

$$\Phi_m = \frac{E_p}{4.44\,N_p f} = \frac{200\text{ V}}{(4.44)(50\text{ t})(60\text{ Hz})}$$

$$\Phi_m = \mathbf{15.02\ mWb}$$

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$N_s = \frac{N_p E_s}{E_p} = \frac{(50\text{ t})(2400\text{ V})}{200\text{ V}}$$

$$= \mathbf{600\ turns}$$

نسبة التحويل Transformation Ratio

النسبة Np/Ns تسمى نسبة التحويل:

$$a = \frac{N_p}{N_s}$$

1) إذا كان Np < Ns (أي a > 1)، نحصل على Es < Ep نحصل "محول خافض للجهد او الفولتية".

2) إذا كان Ns > Np (أي a < 1)، نحصل على Es > Ep نحصل "محول رافع للجهد او الفولتية".

التيار الابتدائي والثانوي Primary and secondary currents

ترتبط تيارات الملفات الابتدائي والثانوي مع نسبة التحويل كما يلي:

$$N_p \mathbf{I}_p = N_s \mathbf{I}_s \Rightarrow \boxed{\frac{\mathbf{I}_p}{\mathbf{I}_s} = \frac{N_s}{N_p}}$$

بالنسبة للمحول المثالي لا توجد خسائر حيث ان:

$$input\ VA = output\ VA$$

$$E_p I_p = E_s I_s \rightarrow \frac{E_p}{E_s} = \frac{I_s}{I_p}$$

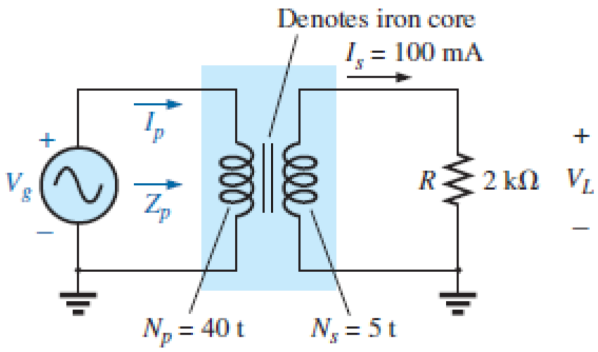
ممانعة دائرة الملف الابتدائي للمحول المثالي هي مربع نسبة التحويل مضروبة في ممانعة الحمل.

$$\frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{V}_L} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \text{and} \quad \frac{\mathbf{I}_p}{\mathbf{I}_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{\mathbf{V}_g/\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_p/\mathbf{I}_s} = \frac{a}{1/a} \Rightarrow \frac{\mathbf{V}_g/\mathbf{I}_p}{\mathbf{V}_L/\mathbf{I}_s} = a^2 \quad \text{and} \quad \frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{I}_p} = a^2 \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_s}$$

$$\boxed{\mathbf{Z}_p = a^2 \mathbf{Z}_L}$$

مثال: بالنسبة للمحول ذو القلب الحديدي في الشكل، جد التيار والفولتية في الملف الابتدائي ثم احسب ممانعة دائرة الملف الابتدائي.



$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$I_p = \frac{N_s}{N_p} I_s = \left(\frac{5\text{ t}}{40\text{ t}}\right)(0.1\text{ A}) = \mathbf{12.5\text{ mA}}$$

$$V_L = I_s Z_L = (0.1\text{ A})(2\text{ k}\Omega) = 200\text{ V}$$

$$\frac{V_g}{V_L} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$V_g = \frac{N_p}{N_s} V_L = \left(\frac{40\text{ t}}{5\text{ t}}\right)(200\text{ V}) = \mathbf{1600\text{ V}}$$

$$Z_p = a^2 Z_L$$

$$a = \frac{N_p}{N_s} = 8$$

$$Z_p = (8)^2(2\text{ k}\Omega) = R_p = \mathbf{128\text{ k}\Omega}$$

مثال: يحتوي محول جهد 25 KVAعلى 500 لفة على الملف الابتدائي و50 لفة على الملف الثانوي. يتم توصيل الملف الابتدائي بمصدر 3000 فولت و50 هرتز. احسب تيارات الملف الابتدائي والثانوي والقوة الدافعة الكهربية عبر الملف الثانوي. والحد الأقصى للفيض المغناطيسي في القلب.

$$Input\ VA = 25000\ VA = E_p I_p \rightarrow I_p = \frac{25000}{3000} = 8.33\ A$$

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \rightarrow \frac{8.33}{I_s} = \frac{50}{500} \rightarrow I_s = 8.33\frac{500}{50} = 83.3\ A$$

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_s}{N_p} \rightarrow \frac{3000}{E_s} = \frac{500}{50} \rightarrow E_s = 3000\frac{50}{500} = 300\ v$$

$$E_p\ =\ 4.44f\ \Phi_m\ N_p \rightarrow \Phi_m = \frac{E_p}{4.44fN_p} = \frac{3000}{4.44 * 50 * 500} = 0.027\ Wb$$

خسائر المحولات وكفاءتها Transformer losses and efficiency

هناك بشكل عام مصدران للخسائر في المحولات، وهما خسائر النحاس وخسائر الحديد. خسائر النحاس متغيرة وتؤدي إلى تسخين الموصلات (الملفات الابتدائي والثانوي) بسبب امتلاكها للمقاومة. إذا كانت Rp وRs هي مقاومات الملفات الابتدائي والثانوي، فإن إجمالي فقدان النحاس:

$$P_{Cu} = I_s^2 R_{ot}$$

تكون خسائر الحديد ثابتة عند قيمة معينة من التردد وكثافة الفيض المغناطيسي. كفاءة المحولات تحسب من العلاقة التالية:

$$\eta = \frac{output\ power\ (P_{out})}{input\ power\ (P_{in})} * 100\% = \frac{VA * power\ factor}{input\ power\ (P_{in})} * 100\%$$

$$P_{out} = P_{in} - P_{loss}$$

$$P_{loss} = P_{Cu} + P_{iron}$$

لتحقيق الكفاءة القصوى للمحول فان الخسائر النحاسية تساوي الخسائر الحديدية:

$$Cu\ loss =\ Iron\ loss \rightarrow P_{Cu} = P_{iron}$$

مثال: المحول 200 كيلو فولت أمبير الخسائر النحاسية عند الحمل التام 1.5 كيلوواط والخسائر الحديدية 1 كيلوواط. احسب كفاءة المحول (a) عند الحمل التام (full load) ومعامل القدرة 0.85 (b) عند نصف الحمل التام (half full load) ومعامل قدرة 0.85.

b. $P_{out}(FL) = 200 * 0.85 = 170\ KW$

$$P_{in}(FL) = P_{out} + P_{loss} = 170 + 1.5 + 1 = 172.5\ KW$$

$$\eta(FL) = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100\% = \frac{170}{172.5} * 100\% = 98.55\%$$

b. $P_{out}(HFL) = 0.5 * 200 * 0.85 = 85\ KW$

$P_{iron} = 1\ KW$ (constant)

$P_{Cu} = 0.5^2 * 1.5 = 0.375\ KW$

$P_{in}(HFL) = P_{out} + P_{loss} = 85 + 0.735 + 1 = 86.735\ KW$

$$\eta(HFL) = \frac{85}{86.375} * 100\% = 98.41\%$$

مثال: محول 100 كيلو فولت أمبير، يكون خسائر الحديد 450 واط وخسائر النحاس عند الحمل التام 900 واط. أوجد كفاءة المحول عند الحمل التام وأقصى كفاءة للمحول، حيث يكون عامل قدرة 0.8.

$P_{out}(FL) = 100 * 0.8 = 80\ KW$

$P_{loss} = 450 + 900 = 1350\ W = 1.35\ KW$

$P_{in}(FL) = P_{out} + P_{loss} = 80 + 1.35 = 81.35\ KW$

$$\eta(FL) = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100\% = \frac{80}{81.35} * 100\% = 98.34\%$$

For maximum efficiency:

$P_{Cu} = P_{iron} = 450\ W$

$P_{loss} = 450 + 450 = 900\ W = 0.9\ KW$

$P_{in}(FL) = P_{out} + P_{loss} = 80 + 0.9 = 80.9\ KW$

$$\eta(FL) = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100\% = \frac{80}{80.9} * 100\% = 98.88\%$$